JEE Advanced Exam 2024
(Paper & Solution)

Date : 26 / 05 / 2024

PAPER-1

PHYSICS

SECTION – 1 [Maximum Mark : 12]

- This section contains **FOUR (04)** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is the correct answer.
- For each question, choose the option corresponding to the correct answer.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :

Full Marks	: **+3**	If **ONLY** the correct option is chosen.
Zero Marks	: **0**	If none of the option is chosen (i.e. the question is unanswered).
Negative Marks	: **–1**	In all other cases.

Q.1 एक विमारहित राशि को इलेक्ट्रॉनिक आवेश e, मुक्त आकाश की विद्युतशीलता ε_0, प्लांक स्थिरांक h तथा प्रकाश की चाल c से व्यक्त करते हैं। यदि इस विमारहित राशि को $e^{\alpha}\varepsilon_0^{\beta}h^{\gamma}c^{\delta}$ से निर्दिष्ट किया जाता है तथा n एक अशून्य पूर्णांक है तो $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ का मान होगा,

(A) (2n, – n, – n, –n) (B) (n, – n, – 2n, –n)

(C) (n, – n, – n, –2n) (D) (2n, – n, –2n, –2n)

Ans. **[A]**

Sol. $[AT]^{\alpha}[M^{-1}L^{-3}T^{4}A^{2}]^{\beta}[[ML^{2}T^{-1}]^{\gamma}[LT^{-1}]^{\delta} = 0$

$\Rightarrow \alpha + 2\beta = 0$

$-\beta + \gamma = 0 \quad \Rightarrow \alpha = -2\beta$

$-3\beta + 2\gamma + \delta = 0 \quad \gamma = \beta$

$\alpha + 4\beta - \gamma - \delta = 0 \quad \delta = \beta$

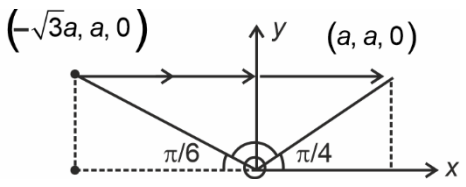
$(-2\beta, \beta, \beta, \beta)$

Q.2 z-अक्ष पर स्थित एक अनंत लम्बाई के तार में I धारा +z-दिशा में प्रवाहित हो रही है जिससे चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ बनता है। बिन्दु $(-\sqrt{3}a, a, 0)$ से बिन्दु (a, a, 0) तक की सरल रेखा पर रेखीय समाकलन $\int \vec{B}.\vec{d\ell}$ का परिमाण होगा। [μ_0 मुक्त आकाश की चुंबकीय पारगम्यता है]

(A) $7\mu_0 I/24$ (B) $7\mu_0 I/12$ (C) $\mu_0 I/8$ (D) $\mu_0 I/6$

Ans. **[A]**

Sol.



$\theta = \pi - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow \theta = \frac{12\pi - 3\pi - 2\pi}{12} = \frac{7\pi}{12}$

इसलिए रेखा के अनुदिश $\int \vec{B}.\vec{d\ell}$ है

$\int \vec{B}.\vec{d\ell} = -\frac{\mu_0(I)}{2\pi}.\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi}.\frac{7\pi}{12}$

$\Rightarrow \left|\int \vec{B}.\vec{d\ell}\right| = \frac{7\mu_0 I}{24}$

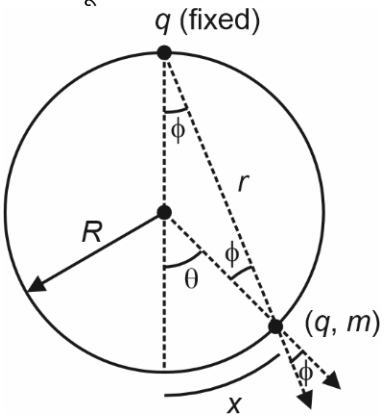
विकल्प (A) सही उत्तर है

Q.3 घर्षणरहित, क्षैतिज, अचालक तथा त्रिज्या R के एक वृत्ताकार वलय पर समान आवेश q एवं द्रव्यमान m की दो मणिकाओं (beads) को लगाया गया है। एक मणिका को वलय के किसी बिन्दु पर चिपका दिया गया है जबकि दूसरी मणिका अपनी साम्यावस्था के सापेक्ष वलय पर लघु दोलन करती है। इन लघु दोलनों की कोणीय आवृत्ति के वर्ग का मान होगा।
[ε_0 मुक्त आकाश की विद्युतशीलता है।]

(A) $q^2/(4\pi\varepsilon_0 R^3 m)$ (B) $q^2/(32\pi\varepsilon_0 R^3 m)$
(C) $q^2/(8\pi\varepsilon_0 R^3 m)$ (D) $q^2/(16\pi\varepsilon_0 R^3 m)$

Ans. **[B]**

Sol. क्योंकि लूप का द्रव्यमान नहीं दिया गया है इसलिए यह अवश्य गति नहीं करेगा अन्यथा इसका जड़त्व अवश्य कुछ प्रभाव रखता है



यहां $r = 2R\cos\phi$

$\theta = 2\phi$

$\Rightarrow \theta = \frac{\phi}{2}$; And $\theta = \frac{x}{R}$

यदि θ मुक्त आवेश का लघु कोणिय विस्थापन है तो $F(\phi) = \frac{kq^2}{r^2}$

इसलिए माध्य स्थिति की ओर पुनः संग्रहण बल $F_{(R)} = \frac{kq^2}{r^2}\sin\phi$

$a_R = \frac{F_{(R)}}{m} = \frac{-Kq^2}{mr^2}.\ \text{Sin}\phi = \frac{-Kq^2.\sin\phi}{m4R^2\cos^2\phi}$

$\Rightarrow a_R = -\frac{-Kq^2.}{m4R^2\cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}.\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx \frac{-Kq^2}{4mR^2}\frac{1}{2}.\frac{x}{R} = \omega^2.x$

So, $\omega^2 = \frac{q^2}{32\pi\varepsilon_0 mR^3}$

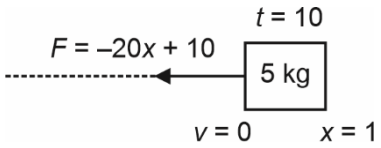
विकल्प (B) सही उत्तर है

Q.4 5 kg द्रव्यमान का एक गुटका, बल F = (–20x + 10) N के प्रभाव में x-दिशा में गतिमान है, जहाँ x मीटर में है। समय t = 0 s पर यह x = 1 m पर स्थिर अवस्था में है। इस गुटके की स्थिति तथा संवेग समय t = (π/4) s पर होंगे.

(A) –0.5 m, 5 kg m/s (B) 0.5 m, 0 kg m/s (C) 0.5 m, –5 kg m/s (D) –1 m, 5 kg m/s

Ans. **[C]**

Sol.



अब,

$$a = -\frac{20x+10}{5} = -4x+2 \;;\; a = \frac{vdv}{dx} = -4x+2$$

$$\int_0^v v\,dv = \int_1^x (-4x+2)dx \rightarrow \frac{v^2}{2} = \left[-2x^2+2x\right]_1^x$$

$v = -2\sqrt{x-x^2}$ (क्योंकि कण, –ve x-दिशा में गति करना आरम्भ करता है)

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = -2\sqrt{x-x^2} \rightarrow \int_{x=1}^{x=x} \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}} = -2\int_0^{\pi/4} dt$$

$$\sin^{-1}\left[2x-1\right]_1^x = -\frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ m}$$

संवेग = $mV = 5\,(V)_{x=\frac{1}{2}} = -5$ kg-m/s

विकल्प (C) सही उत्तर है

SECTION – 2 (Maximum Marks: 12)

- This section contains **THREE (03)** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is(are) correct answer(s).
- For each question, choose the option(s) corresponding to (all) the correct answer(s).
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:
  Full Marks : +4 **ONLY** if (all) the correct option(s) is(are) chosen;
  Partial Marks : +3 If all the four options are correct but **ONLY** three options are chosen;
  Partial Marks : +2 If three or more options are correct but **ONLY** two options are chosen, both of which are correct;
  Partial Marks : +1 If two or more options are correct but **ONLY** one option is chosen and it is a correct option;
  Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered);
  Negative Marks : –2 In all other cases.
- For example, in a question, if (A), (B) and (D) are the ONLY three options corresponding to correct answers, then
  choosing ONLY (A), (B) and (D) will get +4 marks;
  choosing ONLY (A) and (B) will get +2 marks;
  choosing ONLY (A) and (D) will get +2 marks;
  choosing ONLY (B) and (D) will get +2 marks;
  choosing ONLY (A) will get +1 mark;
  choosing ONLY (B) will get +1 mark;
  choosing ONLY (D) will get +1 mark;
  choosing no option (i.e. the question is unanswered) will get 0 marks; and
  choosing any other combination of options will get –2 marks.

Q.5 m द्रव्यमान का एक कण स्थितिज ऊर्जा $V(r) = kr^2/2$ के संगत केन्द्रीय बल $F(r) = -kr$ के अन्तर्गत एक वृत्ताकार कक्षा में चल रहा है, जहाँ k एक धनात्मक बल नियतांक तथा r मूल बिन्दु से क्रिय्यक दूरी हैं। बोर के क्वांटमीकरण नियम के अनुसार कण के कोणीय संवेग का मान $L = n\hbar$ होता है, जहाँ $\hbar = h/(2\pi)$, h प्लांक स्थिरांक और n एक धनात्मक पूर्णांक हैं। यदि v और E, क्रमशः इस कण की चाल तथा कुल ऊर्जा हैं तो निम्न में से कौन सा(से) विकल्प सही हैं (हैं)?

(A) $r^2 = n\hbar \sqrt{\frac{1}{mk}}$

(B) $v^2 = n\hbar \sqrt{\frac{k}{m^3}}$

(C) $\frac{L}{mr^2} = \sqrt{\frac{k}{m}}$

(D) $E = \frac{n\hbar}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$

Ans. **[A,B,C]**

Sol. $L = mvr = n\hbar$, also, $\frac{mv^2}{r} = kr$

$mv^2 = kr^2$

$m^2 v^2 = mkr^2$

$mv = \sqrt{mkr^2}$

$mvr = r^2 \sqrt{mk}$

$n\hbar = r^2 \sqrt{mk}$

$\frac{n\hbar}{\sqrt{mk}} = r^2$

विकल्प (A) सही है

Also, $v^2 = \frac{kr^2}{m}$

$= \frac{n\hbar}{\sqrt{mk}} \cdot \frac{k}{m}$

$v^2 = n\hbar \sqrt{\frac{k}{m^3}}$

विकल्प (B) सही है

अब,

$T.E = E = \frac{1}{2} kr^2 + \frac{1}{2} kr^2$

$E = kr^2$

$= k \frac{n\hbar}{\sqrt{mk}}$

$= n\hbar \sqrt{\frac{k}{m}}$

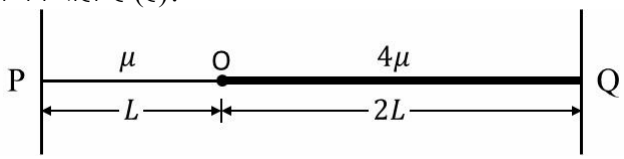
विकल्प (D) सही है

$\Rightarrow \frac{L}{mr^2} = \frac{n\hbar\sqrt{mk}}{mn\hbar}$

$\frac{L}{mr^2} = \sqrt{\frac{k}{m}}$

विकल्प (C) सही है

Q.6 रेखीय द्रव्यमान घनत्व μ व 4μ तथा लम्बाई L व 2L, क्रमशः, की दो एकसमान डोरियों को बिन्दु O पर जोड़कर दृढ़ बिन्दुओं P और Q पर चित्रानुसार बांधा गया है। डोरियों में एकसमान तनाव T है। यदि आवृत्ति $\nu_0 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$, से परिभाषित है तो निम्न में से कौन सा(से) कथन सही हैं (हैं)?



(A) बिन्दु O पर एक निस्पंद होने पर संगठित डोरी के कम्पन की न्यूनतम आवृत्ति ν_0 है।

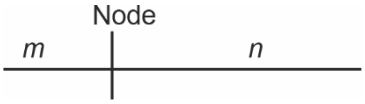
(B) बिन्दु O पर एक प्रस्पंद होने पर संगठित डोरी के कम्पन की न्यूनतम आवृत्ति $2\nu_0$ हैं।

(C) जब संगठित डोरी न्यूनतम आवृत्ति पर बिन्दु O पर निस्पंद के साथ कम्पन करती है, तो सिरों पर बने निस्पंदो को शामिल करते हुए डोरी में 6 निस्पंद होंगे।

(D) बिन्दु O पर प्रस्पंद होने पर, संगठित डोरी में कोई भी कम्पन विधा संभव नहीं है।

Ans. **[A,C,D]**

Sol. O पर निस्पंद के साथ



$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$; $v' = \sqrt{\frac{T}{4\mu}} = \frac{1}{2}v$

$\Rightarrow m\frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = n\frac{1}{2(2\ell)}\sqrt{\frac{T}{4\mu}}$

$\Rightarrow m = \frac{n}{2}\times\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{1}{4}$

$\therefore m = 1, n = 4$

O पर प्रस्पंद के साथ

$m\frac{1}{4\ell}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = n\frac{1}{4(2\ell)}\sqrt{\frac{T}{4\mu}}$

$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{1}{4}$

$\therefore m = 1,\ f_{min} = 1\frac{1}{4\ell}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{\nu_0}{2}$

(B असत्य है)

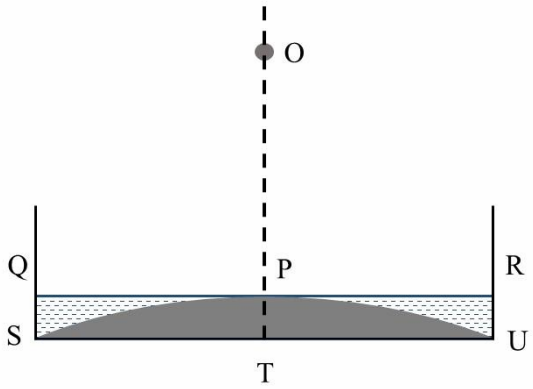
जब O पर निस्पंद हो

कुल निस्पंद = 6

(C सत्य है)

A, C, D सही है

Q.7 एक समतल–उत्तल (plano-convex) ठोस तली वाले 1.60 अपवर्तनांक के काँच के बीकर को चित्र में दर्शाया गया है। उत्तल सतह (SPU) की वक्रता त्रिज्या 9 cm है जबकि समतल पृष्ठ (STU) एक दर्पण की तरह काम करता है। इस बीकर में अपवर्तनांक n के एक द्रव को QPR सतह तक भरा जाता है। यदि h (चित्र में OT) ऊँचाई पर स्थित बिन्दु बिम्ब O का प्रतिबिम्ब स्वयं पर बनता है तो निम्न में से कौन सा(से) विकल्प सही है (हैं) ?

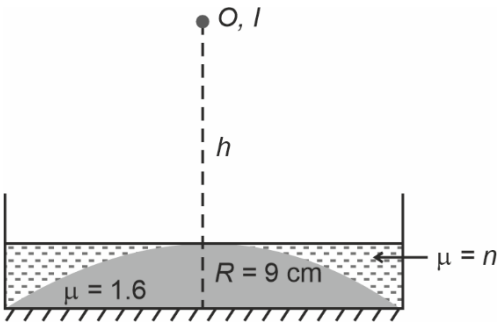


(A) n = 1.42 के लिए, h = 50 cm. (B) n = 1.35 के लिए, h = 36 cm.

(C) n = 1.45 के लिए, h = 65 cm. (D) n = 1.48 के लिए, h = 85 cm.

Ans. **[A,B]**

Sol.



प्रतिबिंब के वस्तु के साथ संपातित होने पर

$-h = 2(f_{net})$

$$\Rightarrow \frac{1}{f_{net}} = 2\left(\frac{1}{f_{liq}}\right) + 2\left(\frac{1}{f_{lens}}\right) + \left(\frac{-1}{f_{mirror}}\right) \quad \text{....(i)}$$

$$-\frac{1}{f_{net}} = 2\left(\frac{n-1}{-9}\right) + 2\left(\frac{0.6}{9}\right) + \left(-\frac{1}{\infty}\right) \quad \text{....(ii)}$$

(i) व (ii) से

$$h = \frac{9}{(1.6-n)}$$

n = 1.42, के लिये h = 50 cm (A सत्य है)

n = 1.35, के लिये h = 36 cm (B सत्य है)

n = 1.45, के लिये h = 60 cm (C असत्य है)

n = 1.48, के लिये h = 75 cm (D असत्य है)

SECTION – 3 [Maximum Mark : 24]

- This section contains **SIX (06)** questions.
- The answer to each question is a **NON-NEGATIVE INTEGER**.
- For each question, enter the correct integer corresponding to the answer using the mouse and the onscreen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :

Full Marks	: **+4**	If **ONLY** the correct integer is entered;
Negative Marks	: 0	In all other cases.

Q.8 एक पदार्थ की तापाश्रित विशिष्ट ऊष्मा धारिता सूत्र C = kT से निर्धारित है, जहाँ k एक उपयुक्त विमा का नियतांक SI इकाई में है, और T पदार्थ का परम तापमान है। यदि 1 kg पदार्थ का तापमान – 73° C से 27° C तक बढ़ाने पर nk ऊष्मा की आवश्यकता होती है, तो n का मान _____ होगा। [दिया है : 0 k = –273°C.]

Ans. **[25000]**

Sol. $C = \frac{dQ/m}{dT}$

$\Rightarrow dQ = m.C.dT$

$= 1.kTdT$

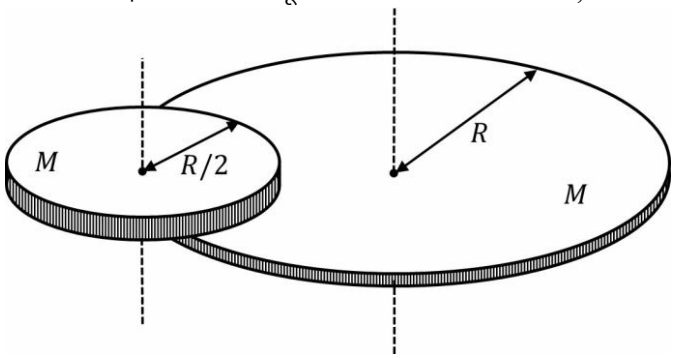
$Q = \int_{200}^{300} kTdT = \frac{k}{2}[300^2 - 200^2]$

$= \frac{10^4}{2}.k.5$

$= 25000k$

$\Rightarrow n = 25000$

Q.9 चित्रानुसार, M द्रव्यमान एवं R त्रिज्या की एक चक्रिका अपनी उर्ध्वाधर अक्ष के परितः घूर्णन करने के लिए स्वतंत्र है। एक उपेक्षणीय द्रव्यमान वाली बैटरी चलित मोटर इस चक्रिका की परिधि के एक बिन्दु पर जड़ित है। M द्रव्यमान एवं R/2 त्रिज्या की एक दूसरी चक्रिका इस मोटर की पतली शैफ्ट में जड़ित है। मोटर चलाने पर छोटी चक्रिका एकसमान कोणीय चाल ω से घूर्णन करती है। यदि बड़ी चक्रिका के घूर्णन की कोणीय चाल ω/n है, तो n का मान _____ है।



Ans. **[12]**

Sol. बड़ी चकती की सममितता अक्ष के परितः निकाय (बड़ी चकती + छोटी चकती) का कोणिय संवेग संरक्षण लागू करने पर:

$\frac{MR^2}{2}\omega' + M \cdot R\omega' \cdot R + \frac{M(R/2)^2}{2}\omega = 0$

जहां ω' : आवश्यक कोणिय चाल

$\Rightarrow \frac{3}{2}MR^2\omega' = \frac{-MR^2\omega}{8}$

$\Rightarrow \omega' = -\frac{\omega}{12}$

$\Rightarrow n = 12$

Q.10 एक बिन्दु स्त्रोत S, एकसमान रूप से, सभी दिशाओं में अध्रुवित प्रकाश (unpolarized light) उत्सर्जित करता है। दो बिन्दुओं A और B पर, प्रकाश की तीव्रताओं के अनुपात, $r = I_A/I_B$ का मान 2 है। यदि B के ठीक पहले दो पोलेरॉइडों का एक समूह, जिनके पारित अक्षों के बीच का कोण 45° है, रखा जाता है, तो r का नया मान _____ होगा।

Ans. **[8]**

Sol. $I \propto \frac{1}{\ell^2}$

जहां ℓ : बिंदु स्त्रोत से दूरी

$\Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{\ell_B^2}{\ell_A^2} = 2$

$\Rightarrow \ell_B = \sqrt{2}\ell_A$ ...(1)

ध्रुवकों के कारण भी

$I_B' = \frac{I_B}{2}\cos^2 45° = \frac{I_B}{4}$

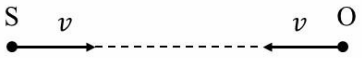
$\Rightarrow I_B' = \frac{I_B}{4}$ ....(2)

$\Rightarrow$ अनुपात 4 गुना हो जाता है

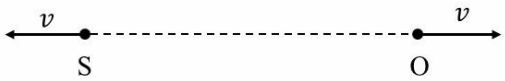
$\Rightarrow r_{new} = 8$

Q.11 एक ध्वनि–स्त्रोत (S) की आवृत्ति 240 Hz है। जब प्रेक्षक तथा ध्वनि–स्त्रोत, धरती के सापेक्ष, एक ही चाल v से एक दूसरे की ओर गतिमान हैं (चित्र का Case 1 देखें) तो प्रेक्षक ध्वनि की आवृत्ति 288 Hz पाता है। किन्तु जब ध्वनि–स्त्रोत एवं प्रेक्षक, धरती के सापेक्ष, उसी चाल v से एक दूसरे से विपरीत दिशा में गतिमान हैं (चित्र का Case 2 देखें) तो प्रेक्षक ध्वनि की आवृत्ति n Hz पाता है। n का मान _____ होगा।

Case 1



Case 2



Ans. **[200]**

Sol. स्थिति **1** के लिये**:**

$f_{app} = f\left(\frac{c+v}{c-v}\right) \Rightarrow 288 = 240\left(\frac{c+v}{c-v}\right)$ ....(i)

स्थिति **2** के लिये **:**

$f_{app} = f\left(\frac{c-v}{c+v}\right)$

$= 240\left(\frac{c-v}{c+v}\right)$ ...(ii)

(i) व (ii) से

$$288 \times f_{app} = 240\left(\frac{c+v}{c-v}\right) \times 240\left(\frac{c-v}{c+v}\right)$$

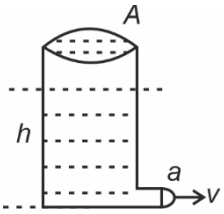
$$288 \times f_{app} = 240 \times 240$$

$$F_{app} = 200 \text{ Hz}$$

Q.12 पानी की दो एकसमान बड़ी टंकियां, 1 और 2, जो h ऊँचाई तक पानी से भरी हैं, H ऊँचाई के एक भवन के ऊपर रखी हैं। दोनों टंकियों के किनारे में, निचले तल के समीप, छोटी त्रिज्या का एक–एक समरूप छिद्र है। टंकी 2 के छिद्र पर उसी के समान आंतरिक त्रिज्या की एक नलिका लगी है जिसका दूसरा सिरा धरती पर है। जब टंकी 1 तथा 2 के छिद्रों से पानी बहता है तो टंकियों के खाली होने में क्रमशः t_1 और t_2 का समय लगता है। यदि $H = \left(\frac{16}{9}\right)h$ हो तो t_1/t_2 अनुपात का मान _____ है।

Ans. **[3]**

Sol. सामान्य स्थिति में



$$a\sqrt{2gh} = -A\frac{dh}{dt}$$

$$dt = -\frac{A}{a}\frac{dh}{\sqrt{2gh}}$$

$$T = \int dt = \frac{-2A}{a\sqrt{2g}}\left(\sqrt{h_f} - \sqrt{h_i}\right)$$

$$T = \frac{2A}{a\sqrt{2g}}\left(\sqrt{h_i} - \sqrt{h_f}\right)$$

टेंक 1 के लिये:

$$h_i = h,\ h_f = 0\ ;\ T_1 = \frac{2A}{a\sqrt{2g}}\left(\sqrt{h}\right)$$

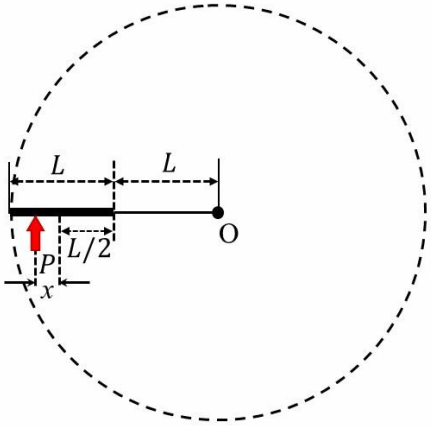
टेंक 2 के लिये :

$$h_f = \frac{16h}{9}, h_i = h + H = \frac{25h}{9}$$

$$T_2 = \frac{2A\sqrt{h}}{a\sqrt{2g}}\left(\frac{5}{3} - \frac{4}{3}\right) = \frac{2A\sqrt{h}}{a\sqrt{2g}} \times \frac{1}{3}$$

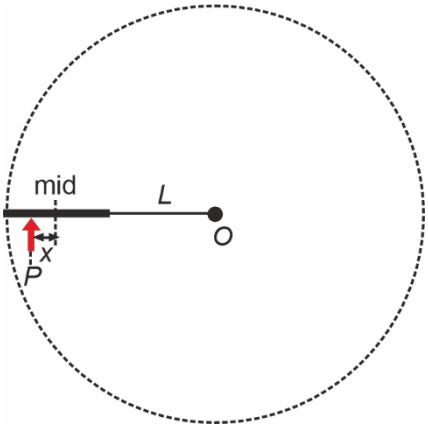
$$\frac{T_1}{T_2} = 3$$

Q.13 नियत द्रव्यमान तथा L लम्बाई की एक पतली एकसमान छड़, जिसका एक सिरा L लम्बाई की द्रव्यमान रहित डोरी से बंधा है, को घर्षणहीन क्षैतिज मेज पर रखा गया है। इस निकाय का शीर्ष दृश्य चित्र में दिखाया गया है। डोरी का दूसरा सिरा एक बिन्दु O पर धुरीग्रस्त है। यदि छड़ के मध्यबिन्दु x = L/n दूरी पर (चित्र में दर्शित) एक क्षैतिज आवेग P लगाया जाता है तो छड़ एवं डोरी संरेखण में रहते हुए एकसाथ बिन्दु O के परितः परिक्रमण करते है। इस दशा में, n कर मान _____ होगा



Ans. **[18]**

Sol.



केंद्र (O) के परित छड़ का जड़त्व आघूर्ण $= \frac{mL^2}{12} + m\left(L + \frac{L}{2}\right)^2$

$I_0 = \frac{7mL^2}{3}$

क्योंकि छड़ 'O' के परितः शुद्ध घूर्णन में है

इसलिए कोणिय आवेग $= P\left(x + \frac{3L}{2}\right) = I_0\omega_0$

तथा रेखीय आवेग $= mV_c$

जहां $V_c = \frac{3L}{2}\omega_0$

$m\left(\frac{3L}{2}\omega_0\right)\left(x + \frac{3L}{2}\right) = \frac{7}{3}mL^2 \cdot \omega_0$

$x + \frac{3L}{2} = \frac{14}{9}L$

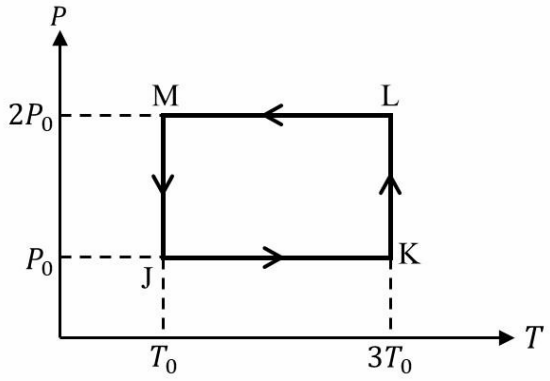
$x = \frac{L}{18}$

SECTION – 4 [Maximum Mark : 12]

- This section contains **FOUR (04)** Matching List Sets.
- Each set has **ONE** Multiple Choice Question.
- Each set has **TWO** lists: List-I and List-II.
- **List-I** has Four entries (P), (Q), (R) and (S) and **List-II** has **Five** entries (1), (2), (3), (4) and (5).
- **FOUR** options are given in each Multiple Choice Question based on **List-I** and **List-II** and **ONLY ONE** of these four options satisfies the condition asked in the Multiple Choice Question.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :

Full Marks	: **+3**	**ONLY** if the option corresponding to the correct combination is chosen;
Zero Marks	: 0	If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered);
Negative Marks	: –1	In all other cases.

Q.14 एकपरमाणुक आदर्श गैस का एक मोल, चित्र में दर्शाये दाब–तापमान आरेख (P-T diagram) के अनुसार चक्रीय प्रक्रम J→ K→ L→ M→ J, करता है।



नीचे दिए गए List-I की प्रत्येक प्रविष्टि का List-II की उचित प्रविष्टि से मेल कर सही विकल्प चुनें।
[R गैस नियतांक है।]

	List-I		List-II
(P)	पूर्ण चक्रीय प्रक्रम में किया गया कार्य	(1)	$RT_0 - 4RT_0 \ell n\ 2$
(Q)	JK प्रक्रम के दौरान गैस की आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन	(2)	0
(R)	KL प्रक्रम के दौरान गैस को दी गयी ऊष्मा	(3)	$3RT_0$
(S)	MJ प्रक्रम के दौरान गैस की आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन	(4)	$-2RT_0 \ell n\ 2$
		(5)	$-3RT_0 \ell n\ 2$

(A) P → 1; Q → 3; R →5; S → 4
(B) P → 4; Q → 3; R → 5; S → 2
(C) P → 4; Q → 1; R → 2; S → 2
(D) P → 2; Q → 5; R → 3; S → 4

Ans. **[B]**

Sol. M → J से , समतापीय

$W = nRT \ln 2$

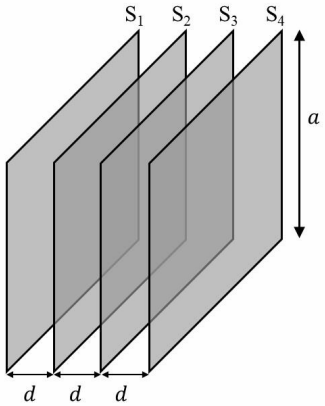
$= RT_0 \ln 2$

$\Delta U = 0$

J → K से , समदाबीय

$W = nR(3T_0 - T_0)$
$W = 2RT_0$
$\Delta U = nC_v\Delta T$
$= \frac{3R}{2} \times 2T_0 = 3RT_0$
$K \rightarrow L$ से, समतापीय
$W = -nR(3T_0) \ln 2$
$W = -3RT_0 \ln 2$
$\Delta U = 0$
$Q = -3RT_0 \ln 2$
$L \rightarrow M$ से, समदाबीय
$W = nR(T_0 - 3T_0)$
$W = -2RT_0$
$\Delta U = nC_v\Delta T$
$= n \times \frac{3R}{2} \times (-2T_0) = -3RT_0$
P के लिये :–
$W_{net} = RT_0 \ln 2 + 2RT_0 - 3RT_0 \ln 2 - 2RT_0$
$= -2RT_0 \ln 2$
$P \rightarrow 4$
$Q \rightarrow 3$ के लिये
$R \rightarrow 5$ के लिये
$S \rightarrow 2$ के लिये

Q.15 चार एकसमान भुजा a वाली वर्गाकार, पतली धातु की शीटें (sheets) S_1, S_2, S_3 एवं S_4 एक दूसरे के समानान्तर बराबर दूरी d (<< a) पर चित्रानुसार रखी हैं। दिया है कि $C_0 = \varepsilon_0 a^2/d$, जहाँ ε_0 मुक्त आकाश की विद्युतशीलता है।



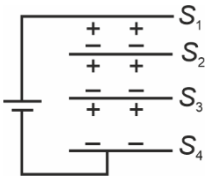
नीचे दिए गए List-I की प्रत्येक प्रविष्टि का List-II की उचित प्रविष्टि से मेल कर सही विकल्प चुनें।

	List-I		**List-II**
(P)	S_2 एवं S_3 को वियोजित रखने पर S_1 एवं S_4 के बीच की धारिता का मान है	(1)	$3C_0$
(Q)	S_2 एवं S_3, से लघुपथित करने पर S_1 एवं S_4, के बीच की धारिता का मान है	(2)	$C_0/2$
(R)	S_2 को S_4, से लघुपथित करने पर S_1 एवं S_3 के बीच की धारिता का मान है	(3)	$C_0/3$
(S)	S_3 को S_1, से एवं S_2 को S_4 लघुपथित करने पर, S_1 एवं S_2 के बीच की धारिता का मान है	(4)	$2C_0/3$
		(5)	$2C_0$

(A) $P \rightarrow 3$; $Q \rightarrow 2$; $R \rightarrow 4$; $S \rightarrow 5$
(B) $P \rightarrow 2$; $Q \rightarrow 3$; $R \rightarrow 2$; $S \rightarrow 1$
(C) $P \rightarrow 3$; $Q \rightarrow 2$; $R \rightarrow 4$; $S \rightarrow 1$
(D) $P \rightarrow 3$; $Q \rightarrow 2$; $R \rightarrow 2$; $S \rightarrow 5$

Ans. **[C]**

Sol. P के लिये

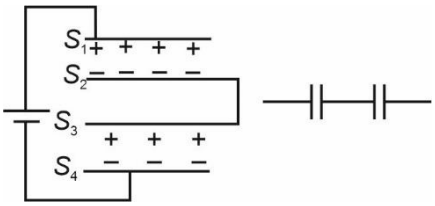


सभी श्रेणीक्रम में है

$$C_{eq} = \frac{C_0}{3}$$

$P \rightarrow (3)$

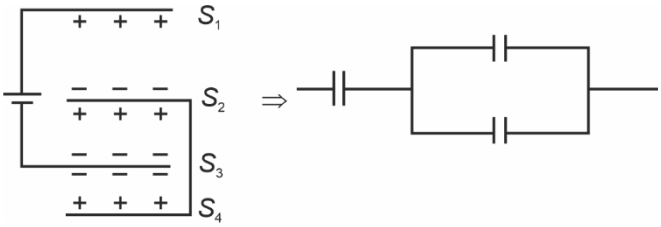
Q के लिये



$$C_{eq} = \frac{C_0}{2}$$

$Q \rightarrow (2)$

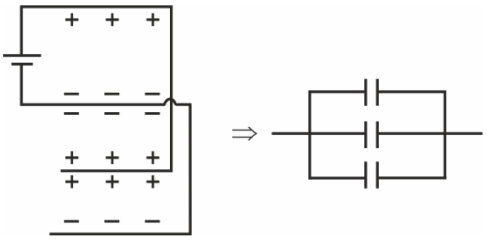
R के लिये



$$C_{eq} = \frac{2C}{3}$$

$R \rightarrow (4)$

S के लिये



$\Rightarrow Cep = 3C_0$

$S \rightarrow (1)$

Q.16 प्रकाश की एक किरण n अपवर्तनांक वाले एक गोले की सतह पर आपतन कोण θ_0 पर आपतित होती है। यह किरण आंशिक रूप से गोले में अपवर्तन कोण ϕ_0 से अपवर्तित होकर आंशिक रूप से गोले की पिछली सतह से परावर्तित होती है। यह परावर्तित किरण इसके पश्चात् आंशिक अपवर्तन के बाद गोले से बाहर निकल जाती हैं। इस निकली हुई किरण का आपतित किरण के सापेक्ष पूर्ण विचलन कोण α है। नीचे दिए गए List-I की प्रत्येक प्रविष्टि का List-II की उचित प्रविष्टि से मेल कर सही विकल्प चुनें।

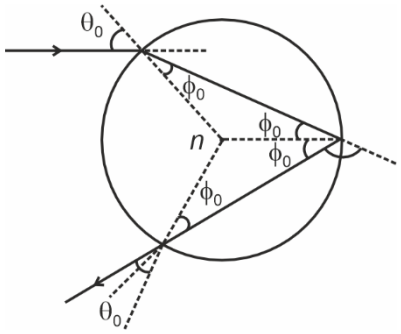
	List-I		**List-II**
(P)	यदि $n = 2$ एवं $\alpha = 180°$, तो θ_0 के सभी संभव मान होगें	(1)	30° और 0°
(Q)	यदि $n = \sqrt{3}$ एवं $\alpha = 180°$, तो θ_0 के सभी संभव मान होगें	(2)	60° और 0°
(R)	यदि $n = \sqrt{3}$ एवं $\alpha = 180°$, तो ϕ_0 के सभी संभव मान होगें	(3)	45° और 0°
(S)	यदि $n = \sqrt{2}$ एवं $\theta_0 = 45°$, तो α के सभी संभव मान होगें	(4)	150°
		(5)	0°

(A) $P \to 5; Q \to 2; R \to 1; S \to 4$ (B) $P \to 5; Q \to 1; R \to 2; S \to 4$

(C) $P \to 3; Q \to 2; R \to 1; S \to 4$ (D) $P \to 3; Q \to 1; R \to 2; S \to 5$

Ans. **[A]**

Sol.



$\alpha = (\theta_0 - \phi_0) + (\pi - 2\phi_0) + (\theta_0 - \phi_0)$

$\alpha = \pi + 2\theta_0 - 4\phi_0$ ....(i)

$\sin\theta_0 = n \sin\phi_0$ ....(ii)

For (P)

$n = 2, \alpha = 180$

यदि $\alpha = \pi, 2\theta_0 - 4\phi_0 = 0$

$\theta_0 = 2\phi_0$

$\sin\theta_0 = 2\sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)$

$P \to (5)$

Q के लिये, $n = \sqrt{3}$, $\alpha = 180$

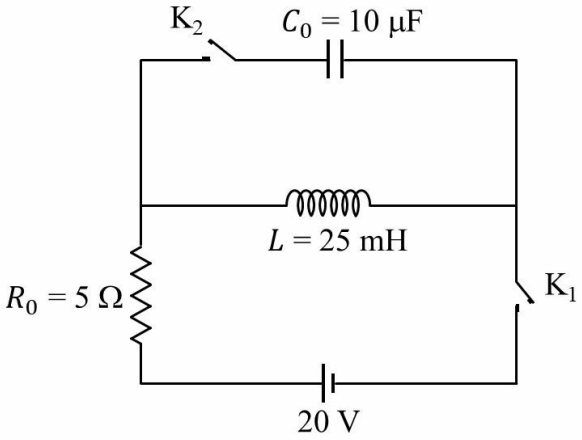
$\theta_0 = 2\phi_0$

$Q \rightarrow (2)$

$\sin\theta_0 = \sqrt{3}\sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)$

$\theta_0 = 60, 0°$

Q.17 चित्र में दिखाए गए परिपथ में एक प्रेरक L, एक संधारित्र C_0 एवं एक प्रतिरोध R_0 एक आदर्श बैटरी के साथ जुड़े हैं। परिपथ में दो कुंजियाँ K_1 एवं K_2 भी लगी हैं। प्रारम्भ में परिपथ में दोनों कुंजियाँ खुली अवस्था में है एवं संधारित्र अनावेशित है। किसी क्षण, कुंजी K_1 को बंद किया जाता है और उसके तुरंत बाद R_0 में धारा I_1 मापी जाती है जिसका, बहुत देर बाद, स्थायी अवस्था में मान I_2 हो जाता है। तत्पश्चात् कुंजी K_2 को बंद करते है एवं उसी समय कुंजी K_1 को खोलने पर C_0 की वोल्टता, आयाम V_0 एवं कोणीय आवृत्ति ω_0 से, दोलन करती है।



नीचे दिए गए List-I की प्रत्येक प्रविष्टि का List-II की उचित प्रविष्टि से मेल कर सही विकल्प चुनें।

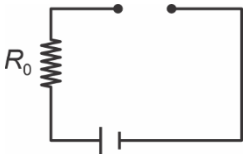
	List-I		List-II
(P)	I_1 का मान ऐम्पियर में है।	(1)	0
(Q)	I_2 का मान ऐम्पियर में है।	(2)	2
(R)	ω_0 का मान kilo-radians/s में है।	(3)	4
(S)	V_0 का मान वोल्ट में है।	(4)	20
		(5)	200

(A) $P \rightarrow 1; Q \rightarrow 3; R \rightarrow 2; S \rightarrow 5$ (B) $P \rightarrow 1; Q \rightarrow 2; R \rightarrow 3; S \rightarrow 5$

(C) $P \rightarrow 1; Q \rightarrow 3; R \rightarrow 2; S \rightarrow 4$ (D) $P \rightarrow 2; Q \rightarrow 5; R \rightarrow 3; S \rightarrow 4$

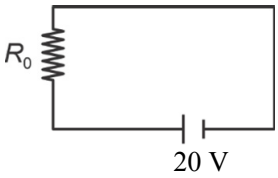
Ans. **[A]**

Sol. K_1 को बंद करने के पश्चात



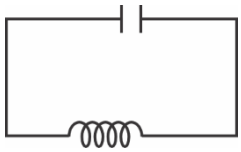
$i_1 = 0$, $P \rightarrow (1)$

लम्बे समय पश्चात



$\mathbf{i_2} = \frac{20}{5} = 4A,$ $\quad Q \rightarrow (3)$

K_1 को खोलने व K_2 को बंद करने के पश्चात



$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$= \frac{1}{\sqrt{25\times10^{-3}\times10\times10^{-6}}}$

$\omega = 2000$ rad/s

$\omega = 2$ krad/s

$R \rightarrow (2)$

$i_0 = 4$

$Q_0 = \frac{i_0}{\omega} = \frac{4}{2\times10^3} = 2mC$

$\therefore V_0 = \frac{Q_0}{C} = \frac{2\times10^3}{10} = 200$

$S \rightarrow (5)$

CAREER POINT

JEE Advanced Exam 2024
(Paper & Solution)

Date : 26 / 05 / 2024

PAPER-1

CHEMISTRY

SECTION – 1 (Maximum Marks: 12)

- This section contains **FOUR (04)** questions.
- Each question has four options (A), (B), (C) and (D). **Only one** of these four option is the correct answer.
- For each question, choose the option corresponding to the correct answer.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :

Full Marks	: **+3**	If **ONLY** the correct option is chosen;
Zero Marks	: **0**	If none of the option is chosen (i.e. the question is unanswered);
Negative Marks	: –1	In all other cases.

Q.1 300 K ताप पर एक बंद पात्र में 10 g आदर्श गैस X भरी है, जिसका दाब 2 atm है। जब समान ताप पर इसमें 80 g एक दूसरी आदर्श गैस Y मिलाई जाती है, तो दाब 6 atm हो जाता है। 300 K ताप पर X तथा Y के वर्ग माध्य मूल वेगों का अनुपात है।

(A) $2\sqrt{2} : \sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{2} : 1$ (C) 1 : 2 (D) 2 : 1

Ans. **[D]**

Sol. दिया है,

$W_X = 10$ g

$P_X = 2$ atm

$W_Y = 80$ g

$P_Y = P_{total} - P_X$

$\Rightarrow 6 - 2 = 4$ atm

As $V_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$, $\frac{(V_{rms})_X}{(V_{rms})_Y} = \sqrt{\frac{M_Y}{M_X}}$

As we know,

$PV = nRT$

आयतन और ताप समान रहता है

$P_XV = \frac{W_X}{M_X}RT$

$P_YV = \frac{W_Y}{M_Y}RT$

$M_X \propto \frac{W_X}{P_X}$

$M_Y \propto \frac{W_Y}{P_Y}$

$$\frac{(V_{rms})_X}{(V_{rms})_Y} = \sqrt{\frac{W_Y}{P_Y}\cdot\frac{P_X}{W_X}} = \sqrt{\frac{80}{4}\times\frac{2}{10}} = \sqrt{4} = \frac{2}{1} = 2 : 1$$

Q.2 कमरे के तापमान पर, स्वस्थान पर निर्मित नाइट्रस अम्ल (nitrous acid, HNO_2) विलयन का असानुपातन से बनने वाले स्पीशीज है

(A) H_3O^+, NO_3^- तथा NO (B) H_3O^+, NO_3^- तथा NO_2

(C) H_3O^+, NO^- तथा NO_2 (D) H_3O^+, NO_3^- तथा N_2O

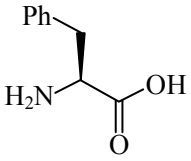
Ans. **[A]**

Sol. $\underset{+3}{3HNO_2} \rightleftharpoons \underset{+5}{HNO_3} + \underset{+1}{2NO} + H_2O$

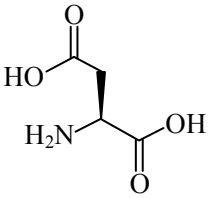
H_3O^+, NO_3^- और NO

Q.3 एस्पार्टेम (Aspartame) एक कृत्रिम मधुरक है। यह एक डाईपेप्टाइड एस्पार्टिल फेनिलऐलानिन मेथिल एस्टर है। एस्पार्टेम की सरंचना है

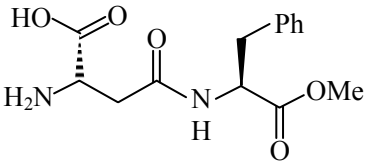
फेनिलऐलानिन (phenylalanine) और एसपार्टिक अम्ल (aspartic acid) की सरंचनाएं नीचे दी गई है।

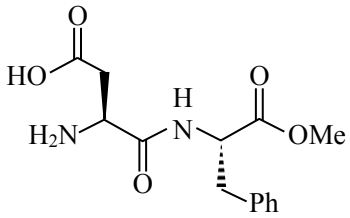


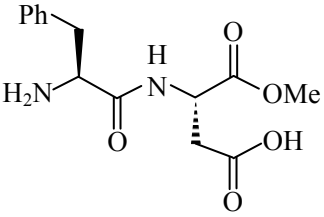
Phenylalanine

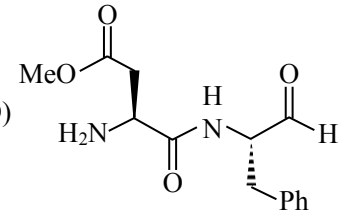


Aspartic acid

(A)


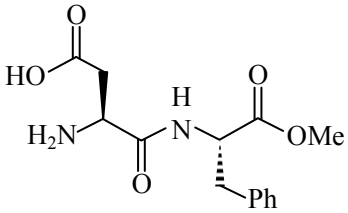
(B)


(C)


(D)


Ans. **[B]**

Sol. एस्पार्टेम



Q.4 नीचे दिए गए विकल्पों में से उस विकल्प का चयन करें जिसमे **Set-I** का प्रत्येक संकुल ज्यामितीय समावयवता दर्शाता है तथा **Set-II** के संकुल एक दुसरे के आयनन समावयवी है। [en = $H_2NCH_2CH_2NH_2$]

(A) **Set-I:** $[Ni(CO)_4]$ तथा $[PdCl_2(PPh_3)_2]$

Set-II: $[Co(NH_3)_5Cl]$ SO_4 तथा $[Co(NH_3)_5(SO_4)]Cl$

(B) **Set-I:** $[Co(en)(NH_3)_2Cl_2]$ तथा $[PdCl_2(PPh_3)_2]$

Set-II: $[Co(NH_3)_6][Cr(CN)_6]$ तथा $[Cr(NH_3)_6][Co(CN)_6]$

(C) **Set-I:** $[Co(NH_3)_3(NO_2)_3]$ तथा $[Co(en)_2Cl_2]$

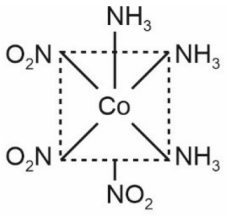
Set-II: $[Co(NH_3)_5Cl]SO_4$ तथा $[Co(NH_3)_5(SO_4)]Cl$

(D) **Set-I:** $[Cr(NH_3)_5Cl]\ Cl_2$ तथा $[Co(en)\ (NH_3)_2C1_2]$

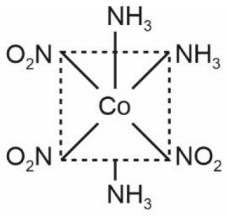
Set-II: $[Cr(H_2O)_6]Cl_3$ तथा $[Cr(H_2O)_5Cl]Cl_2{\cdot}H_2O$

Ans. **[C]**

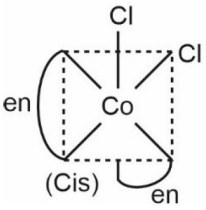
Sol. **Set-I:**

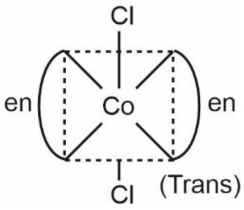


(Facial)



(Meridional)





Set-II: $[Co(NH_3)_5Cl]SO_4$ और $[Co(NH_3)_5SO_4]Cl$ आयनन समावयवी है

SECTION – 2 [Maximum Mark : 12]

- This section contains **THREE (03)** questions
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is (are) correct answer(s).
- For each question, choose the option(s) corresponding to (all) the correct answer(s).
- Answer to each question will be evaluated <u>according to the following marking scheme</u> :

Full Marks	: **+4**	**ONLY** If (all) the correct option(s) is (are) chosen.
Partial Marks	: **+3**	If all the four options are correct but **ONLY** three options are chosen.
Partial Marks	: **+2**	If three or more options are correct but **ONLY** two options are chosen, both of which are correct.
Partial Marks	: **+1**	If two or more options are correct but **ONLY** one option is chosen and it is a correct option.
Zero Marks	: **0**	If unanswered;
Negative Marks	: **–2**	In all other cases.

- For example, in a question, if (A), (B) and (D) are the ONLY three options corresponding to correct answers, then
  choosing ONLY (A), (B) and (D) will get +4 marks;
  choosing ONLY (A) and (B) will get +2 marks;
  choosing ONLY (A) and (D) will get +2marks;
  choosing ONLY (B) and (D) will get +2 marks;
  choosing ONLY (A) will get +1 mark;
  choosing ONLY (B) will get +1 mark;
  choosing ONLY (D) will get +1 mark;
  choosing no option(s) (i.e. the question is unanswered) will get 0 marks and
  choosing any other option(s) will get −2 marks.

Q.5 परमाणु में उपस्थित इलेक्ट्रॉन्स के लिए, निम्नलिखित में से सही कथन है (हैं)

(A) अनिश्चितता का सिद्धान्त (Uncertainty principle) इलेक्ट्रॉन्स के निश्चित मार्ग के अस्तित्व का खंडन करता है।

(B) परमाणु के 2s कक्षक में स्थित इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा, नाभिक से अनंत दूरी पर स्थित इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा से कम होती है।

(C) बोर मॉडल के अनुसार, इलेक्ट्रान की ऊर्जा का सबसे अधिक ऋणात्मक मान n = 1 के लिए होता है और यह कक्षा सबसे अधिक स्थायी होती है।

(D) बोर मॉडल के अनुसार, इलेक्ट्रॉन्स के वेग का परिमाण n के बढ़ने के साथ बढ़ता है।

Ans. **[A, B, C]**

Sol. (A) अनिश्चिता का सिद्धांत इलेक्ट्रॉन और अन्य समान कणों के निश्चित मार्ग या प्रक्षेप वक्र के अस्तित्व का खंडन करता है
इसलिए, विकल्प (A) सही है

(B) कोश और कक्षक नाभिक के निकट में कम ऊर्जा होती है दूर की तुलना में
इसलिए, विकल्प (B) सही है

(C) $E = -13.6 \frac{Z^2}{n^2}$ eV/ atom

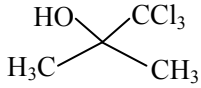
इसलिए, n = 1 सर्वाधिक ऋणात्मक ऊर्जा होती है
इसलिए, विकल्प (C) सही है

(D) $V = V_0 \times \frac{Z}{n}$

जब n बढ़ता है। वेग घटता है
इसलिए, विकल्प (D) गलत है

Q.6 आइसो–प्रोपिलबेंजीन (iso-propylbenzene) की O_2 से अभिक्रिया होने के पश्चात H_3O^+ से विवेचन करने से फिनॉल और एक सह–उत्पाद P बनता है, P की अभिक्रिया Cl_2 के 3 तुल्यांक के साथ होने पर यौगिक Q बनता है। Q का $Ca(OH)_2$ से विवेचन करने पर यौगिक R और एक कैल्शियम लवण S बनते है।

P, Q, R तथा S के संबंध में सही कथन है(हैं)

(A) KOH की उपस्थिति में P और R की अभिक्रिया होने के पश्चात अम्लीकरण करने पर  मिलता है

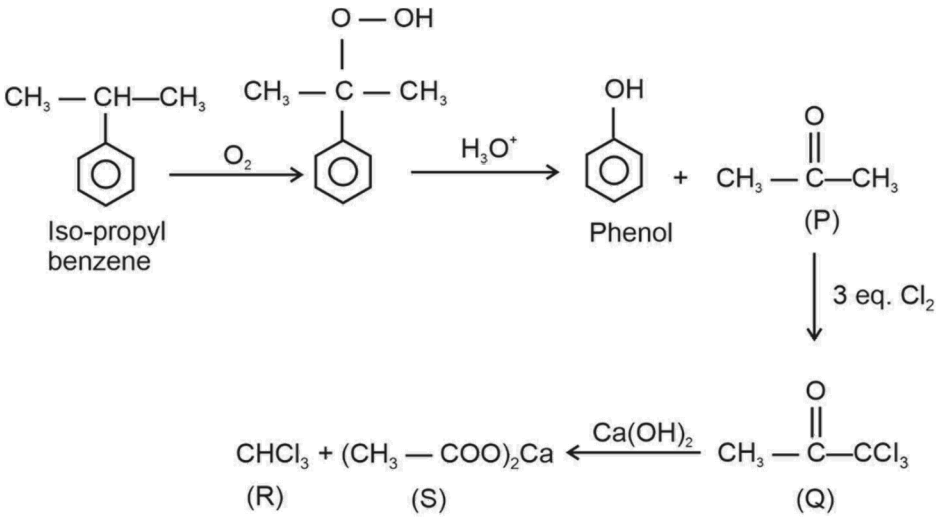
(B) प्रकाश की उपस्थिति में R की O_2 से अभिक्रिया करने पर फास्जीन (phosgene) गैस उत्पन्न होती हैं।

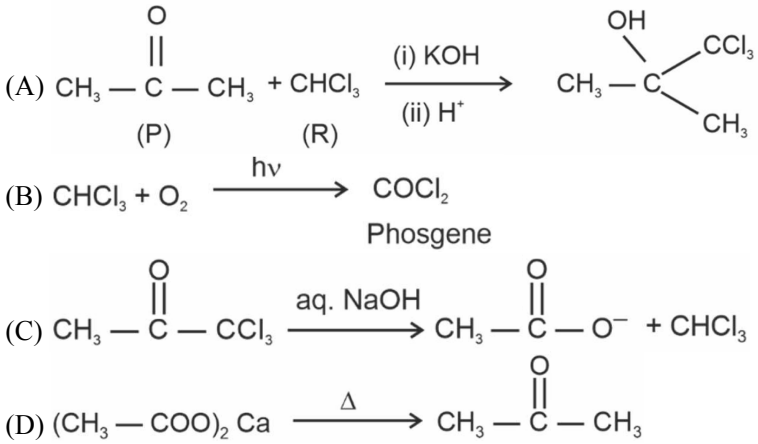
(C) Q जलीय NaOH से अभिक्रिया करके Cl_3CCH_2OH तथा $Cl_3CCOONa$ बनाता है।

(D) S को गर्म करने पर P मिलता है।

Ans. **[A, B, D]**

Sol.





Q.7 दिए गए विकल्पों में से कौन से विकल्प (विकल्पों) में कम से कम तीन अणु अष्टक नियम (Octet Rule) का पालन करते है

(A) CO_2, C_2H_4, NO तथा HCl (B) NO_2, O_3, HCl तथा H_2SO_4

(C) BCl_3, NO, NO_2 तथा H_2SO_4 (D) CO_2, BCl_3, O_3 तथा C_2H_4

Ans. **[A, D]**

Sol. (A) CO_2, C_2H_4 और HCl अष्टक नियम का पालन करती है

(B) O_3 और HCl अष्टक नियम का पालन करती है

(C) इनमें से कोई भी नहीं अष्टक नियम का पालन करती है।

(D) CO_2, O_3 और C_2H_4 अष्टक नियम का पालन करती है

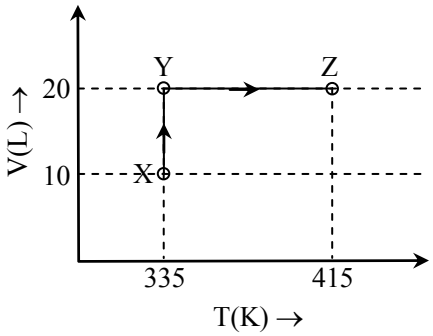
सही उत्तर (A) और (D) है

SECTION – 3 [Maximum Mark : 24]

- This section contains **SIX (06)** questions.
- The answer to each question is a **NON-NEGATIVE INTEGER**.
- For each question, enter the correct integer corresponding to the answer using the mouse and the onscreen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer.
- Answer to each question will be evaluated <u>according to the following marking scheme</u> :

Full Marks	: **+4**	If **ONLY** the correct integer is entered;
Negative Marks	: 0	In all other cases.

Q.8 निम्नलिखित आयतन–ताप (V–T) के आरेख पर विचार करें, जो कि एक आदर्श एकपरमाणुक गैस के 5 मोलों के प्रसार को दर्शाता है।



सिर्फ P-V कार्य को शामिल करने पर विचार करते हुए X → Y → Z के अनुक्रम में अवस्था के रूपांतरण में एन्थैल्पी (Joule में) मे कुल परिवर्तन _____ है।

[दिए गये आंकड़ो का उपयोग करें: दिए गए तापमान परास के लिए मोलर ऊष्माधारिता, $C_{V,m} = 12\ J\ K^{-1}\ mol^{-1}$ है तथा गैस नियतांक, $R = 8.3\ J\ K^{-1}\ mol^{-1}$]

Ans. **[8120]**

Sol. $X \rightarrow Y$ आदर्श गैस का समतापीय प्रक्रम

$\Delta H = 0$

$Y \rightarrow Z$ समआयतनी प्रक्रम

$\therefore w = 0$

$\Delta U = nC_{V,m}(T_2 - T_1)$

$= 5 \times 12 (415 - 335)$

$= 4800$ J

$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV)$

$= \Delta U + nR\Delta T$

$= 4800 + 5 \times 8.3 \times (415 - 335)$

$= 8120$ J

Q.9 निम्नलिखित अभिक्रिया पर विचार करें,

$2H_2(g) + 2NO(g) \rightarrow N_2(g) + 2H_2O(g)$

जो कि नीचे दी गयी क्रियाविधि का अनुसरण करती है।

$2NO(g) \underset{k_{-1}}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} N_2O_2(g)$ (तीव्र साम्यावस्था)

$N_2O_2(g) + H_2(g) \underset{}{\overset{k_2}{\rightleftharpoons}} N_2O(g) + H_2O(g)$ (मंद अभिक्रिया)

$N_2O(g) + H_2(g) \underset{}{\overset{k_3}{\rightleftharpoons}} N_2(g) + H_2O(g)$ (तीव्र अभिक्रिया)

अभिक्रिया की कोटि _____ है।

Ans. **[3]**

Sol. अभिक्रिया की दर (मंद अभिक्रिया के अनुसार)

$\Rightarrow r = k_2 [N_2O_2] [H_2]$ ...(1)

अब $[N_2O_2]$ के लिये मध्यवर्ती

$$\frac{k_1}{k_{-1}} = \frac{[N_2O_2]}{[NO]^2}$$

$$\Rightarrow [N_2O_2] = \frac{k_1}{k_{-1}} [NO]^2 \quad ...(2)$$

समीकरण (1) व (2) से

$$r = \frac{k_2 k_1}{k_{-1}} [NO]^2 [H_2]$$

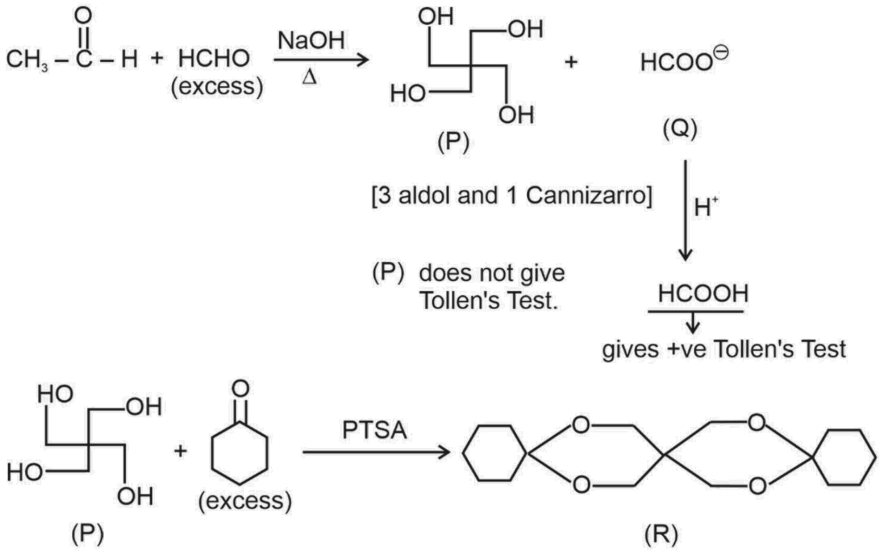
पूर्ण अभिक्रिया की कोटी $= 2 + 1 = 3$

Q.10 सान्द्र NaOH की उपस्थिति में गर्म करते हुए, एसिटैल्डिहाइड की फॉर्मैल्डिहाइड की अधिक मात्रा के साथ पूर्ण अभिक्रिया होने पर P और Q बनते है। P टॉलेन परीक्षण नहीं देता है, जबकि Q अम्लीकरण करने पर टॉलेन परीक्षण देता है। उत्प्रेरक मात्रा में p-टॉलुईनसल्फोनिक अम्ल (PTSA) की उपस्थिति में, साइक्लोहेक्सेनोन की अधिक मात्रा से P का विवेचन करने पर उत्पाद R बनता है।

R में कुल मेथिलीन समूहों (Methylene groups, $-CH_2-$) और ऑक्सीजन परमाणुओं की संख्या का योग _____ है।

Ans. **[18]**

Sol.



R में CH_2 वर्ग की संख्या = 14

O-परमाणु की संख्या = 4

आवश्यक उत्तर = 14 + 4 = 18

Q.11 $V(CO)_6$, $Cr(CO)_5$, $Cu(CO)_3$, $Mn(CO)_5$, $Fe(CO)_5$, $[Co(CO)_3]^{3-}$, $[Cr(CO)_4]^{4-}$, तथा $Ir(CO)_3$, में $Ni(CO)_4$ के समइलेक्ट्रॉनिक स्पीशीज की कुल संख्या _____ है।

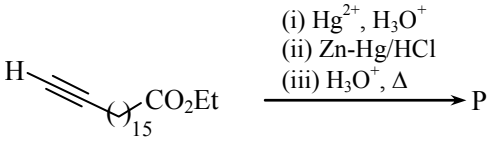
[दिया है, परमाणु क्रमांक: V = 23, Cr = 24, Mn = 25, Fe = 26, Co = 27, Ni = 28, Cu = 29, Ir = 77]

Ans. **[1]**

Sol. $Ni(CO)_4$ में इलेक्ट्रॉन की कुल संख्या = 84

स्पीशीज		कुल इलेक्ट्रॉन
$V(CO)_6$	–	107
$Cr(CO)_5$	–	94
$Cu(CO)_3$	–	71
$Mn(CO)_5$	–	95
$Fe(CO)_5$	–	96
$[Co(CO)_3]^{3-}$	–	72
$[Cr(CO)_4]^{4-}$	–	84
$Ir(CO)_3$	–	119

Q.12 निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रम से मुख्य उत्पाद P बनता है।



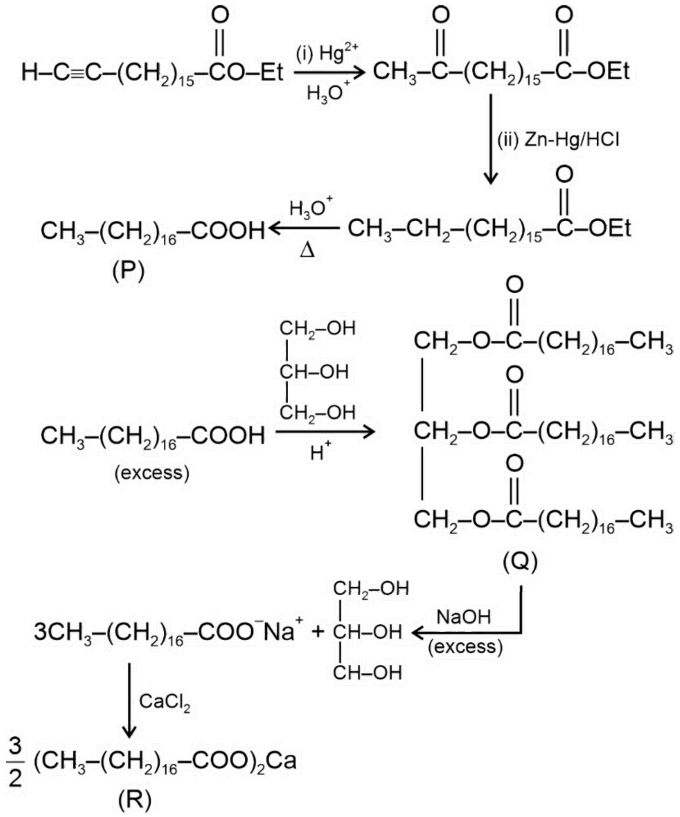
एक अम्ल उत्प्रेरक की उपस्थिति में, ग्लिसरॉल यौगिक P की अधिक मात्रा से पूर्ण अभिक्रिया करके Q बनता है। NaOH की अधिक मात्रा से Q की अभिक्रिया होने के पश्चात् $CaCl_2$ से विवेचन करने पर मात्रात्मकतः Ca-साबुन R बनता है।

Q के एक मोल से अभिक्रिया शूरू करने पर, निर्मित R की मात्रा ग्राम में _____ है।

[दिया है, परमाणु भार: H = 1, C = 12, N = 14, O = 16, Na = 23, Cl = 35, Ca = 40]

Ans. **[909]**

Sol.



Q का 1 मोल R का 1.5 मोल देगा

इसलिए, निर्मित R का भार $= 606\ g \times 1.5$

$= 909\ g$

Q.13 निम्नलिखित संकुलों (complexes) में प्रतिचुम्बकीय स्पीशीज की कुल संख्या _____ है।

$[Mn(NH_3)_6]^{3+}$, $[MnCl_6]^{3-}$, $[FeF_6]^{3-}$, $[CoF_6]^{3-}$, $[Fe(NH_3)_6]^{3+}$, तथा $[Co(en)_3]^{3+}$

[दिया है, परमाणु क्रमांक : Mn = 25, Fe = 26, Co = 27; en = $H_2NCH_2CH_2NH_2$]

Ans. **[1]**

Sol. $[Mn(NH_3)_6]^{3+}$: अनुचुम्बकीय

$[MnCl_6]^{3-}$: अनुचुम्बकीय

$[FeF_6]^{3-}$: अनुचुम्बकीय

$[CoF_6]^{3-}$: अनुचुम्बकीय

$[Fe(NH_3)_6]^{3+}$: अनुचुम्बकीय

$[Co(en)_3]^{3+}$: प्रतिचुम्बकीय

केवल संकुल 1 प्रतिचुम्बकीय

SECTION 4 (Maximum Marks: 12)

- This section contains **FOUR (04)** Matching List Sets.
- Each set has **ONE** Multiple Choice Question.
- Each set has **TWO** lists: **List-I** and **List-II**.
- **List-I** has **Four** entries (P), (Q), (R) and (S) and **List-II** has **Five** entries (1), (2), (3), (4) and (5).
- **FOUR** options are given in each Multiple Choice Question based on **List-I** and **List-II** and **ONLY ONE** of these four options satisfies the condition asked in the Multiple Choice Question.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

  Full Marks : +3 **ONLY** if the option corresponding to the correct combination is chosen;

  Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered);

  Negative Marks : –1 In all other cases.

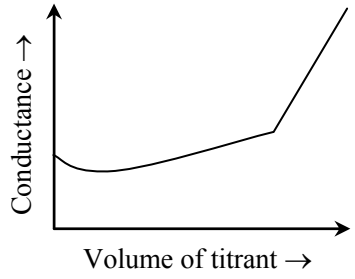
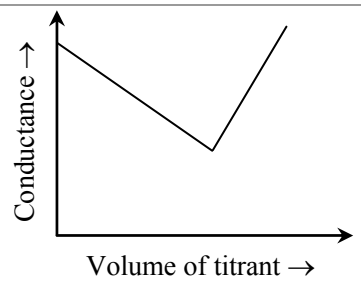
Q.14 चालकता मूलक अनुमापन में अधिक सांद्रता के अनुमापक की कम मात्रा को कम सांद्रता के अनुमाप्य की अधिक मात्रा में पदशः मिलाते हैं, तथा प्रत्येक पद में अनुमाप्य को मिलाने पर चालकता को मापते हैं।

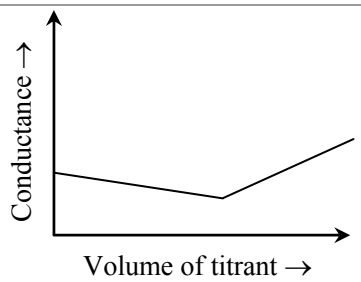
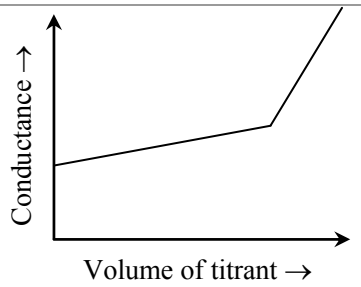
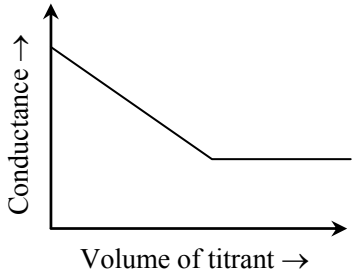
विभिन्न आयनों की जलीय विलयन में सीमांत आयनिक चालकता (Λ_0, limiting ionic conductivity) का मान $m_S\ m^2\ mol^{-1}$ मात्रक में नीचे दिया गया है।

Ions	Ag^+	K^+	Na^+	H^+	NO_3^-	Cl^-	SO_4^{2-}	OH^-	CH_3COO^-
Λ_0	6.2	7.4	5.0	35.0	7.2	7.6	16.0	19.9	4.1

सूची-I में दिए गए अनुमाप्यों तथा अनुमापकों के विभिन्न संयोगो के लिए **सूची-II** "चालकता"(Conductance) तथा "अनुमापक का आयतन"(Volume of titrant) के मध्य आरेख दिए गए है।

सूची-I में दी गयी प्रत्येक प्रविष्टि का **सूची-II** में दी गयी उपयुक्त प्रविष्टि के साथ मेल करें तथा सही विकल्प का चयन करें।

सूची-I	**सूची-II**
(P) अनुमाप्य: KCl अनुमापक: $AgNO_3$	(1) 
(Q) अनुमाप्य: $AgNO_3$ अनुमापक: KCl	(2) 

(R) अनुमाप्य: NaOH अनुमापक: HCl	(3) 
(S) अनुमाप्य: NaOH अनुमापक: CH_3COOH	(4) 
	(5) 

(A) P-4, Q-3, R-2, S-5 (B) P-2, Q-4, R-3, S-1 (C) P-3, Q-4, R-2, S-5 (D) P-4, Q-3, R-2, S-1

Ans. **[C]**

Sol. (P) $KCl + AgNO_3 \longrightarrow AgCl\downarrow + KNO_3$

NO_3^- द्वारा Cl^- को प्रतिस्थापित करता है

चलकता पहले घटती है तुंल्याकी बिन्दु के बाद यह बढती है

$P \longrightarrow 3$

(Q) $AgNO_3 + KCl \longrightarrow AgCl + KNO_3$

K^+ द्वारा Ag^+ को प्रतिस्थापित करता है

चालकता पहले धीरे–धीरे बढ़ती है। और बाद में तीव्रता से बढ़ती है

(R) $NaOH + HCl \longrightarrow NaCl + H_2O$

Cl^- द्वारा OH^- को प्रतिस्थापित करता है

(S) $NaOH + CH_3COOH \longrightarrow CH_3CCONa + H_2O$ OH^- CH_3COO^- के द्वारा OH^- को प्रतिस्थापन से चालकता पहले घटती है। उसके बाद बफर बनने के कारण लगभग स्थिर हो जाती है.

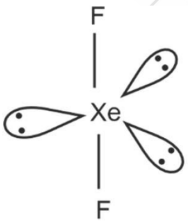
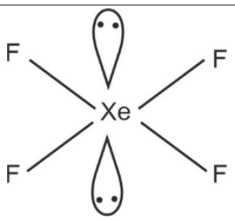
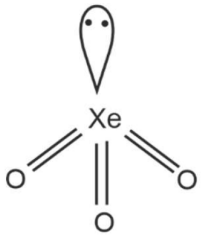
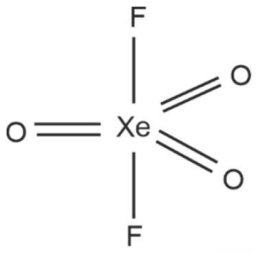
Q.15 **VSEPR** मॉडल के अनुसार, **सूची-I** में दिए गए जिनान के यौगिकों का **सूची-II** में दी गयी ज्यामितीयों और xenon पर इलेक्ट्रॉन युग्मो की संख्या के साथ मेल करें तथा सही विकल्प का चयन करें।

सूची-I	सूची-II
(P) XeF_2	(1) त्रिकोणीय द्विपिरामिडी और दो इलेक्ट्रान युग्म
(Q) XeF_4	(2) चतुष्फलकीय और एक इलेक्ट्रॉन युग्म
(R) XeO_3	(3) अष्टफलकीय और दो इलेक्ट्रॉन युग्म
(S) XeO_3F_2	(4) त्रिकोणीय द्विपिरामिडी और बिना इलेक्ट्रॉन युग्म
	(5) त्रिकोणीय द्विपिरामिडी और तीन इलेक्ट्रॉन युग्म

(A) P-5, Q-2, R-3, S-1 (B) P-5, Q-3, R-2, S-4

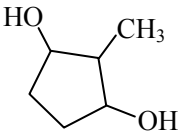
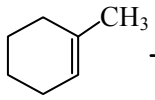
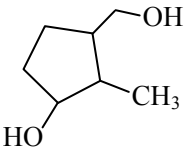
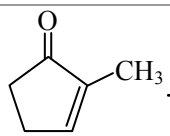
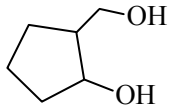
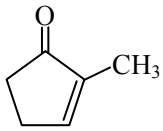
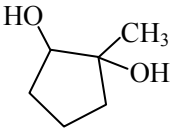
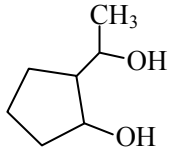
(C) P-4, Q-3, R-2, S-1 (D) P-4, Q-2, R-5, S-3

Ans. **[B]**
Sol.

सूची -I	सूची -II
XeF_2 :	 संकरण– sp^3d ज्यामिती: त्रिकोणीय द्विपिरामिडी और तीन इलेक्ट्रॉन युग्म
XeF_4 :	 संकरण – sp^3d^2 ज्यामिती: अष्टफलकीय और दो इलेक्ट्रॉन युग्म
XeO_3 :	 संकरण – sp^3 ज्यामिती: चतुष्फलकीय और एक इलेक्ट्रॉन युग्म
XeO_3F_2 :	 संकरण – sp^3d ज्यामिती: त्रिकोणीय द्विपिरामिडी और बिना इलेक्ट्रॉन युग्म

सही मिलान : P→5, Q→3, R→2, S→4

Q.16 **सूची-I** में विभिन्न अभिक्रियाओं के अनुक्रम दिए गए है और **सूची-II** में संभावित उत्पाद दिए गए है। **सूची-I** में दी गयी प्रत्येक प्रविष्टि का **सूची-II** में दी गयी उपयुक्त प्रविष्टि के साथ मेल करें तथा सही विकल्प का चयन करें।

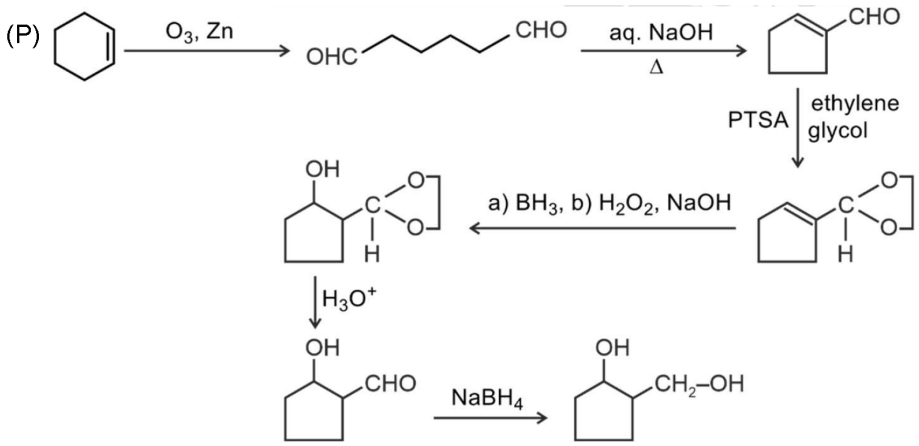
सूची -I	**सूची -II**
(P)  (i) O_3, Zn (ii) aq. NaOH, Δ (iii) ethylene glycol, PTSA (iv) (a) BH_3, (b) H_2O_2, NaOH (v) H_3O^+ (vi) $NaBH_4$	(1) 
(Q)  (i) O_3, Zn (ii) aq. NaOH, Δ (iii) ethylene glycol, PTSA (iv) (a) BH_3, (b) H_2O_2, NaOH (v) H_3O^+ (vi) $NaBH_4$	(2) 
(R)  (i) ethylene glycol, PTSA (ii) (a) $Hg(OAc)_2$, H_2O, $NaBH_4$ (iii) H_3O^+ (iv) $NaBH_4$	(3) 
(S)  (i) ethylene glycol, PTSA (ii) (a) BH_3, (b) H_2O_2, NaOH (iii) H_3O^+ (iv) $NaBH_4$	(4) 
	(5) 

(A) P-3, Q-5, R-4, S-1 (B) P-3, Q-2, R-4, S-1

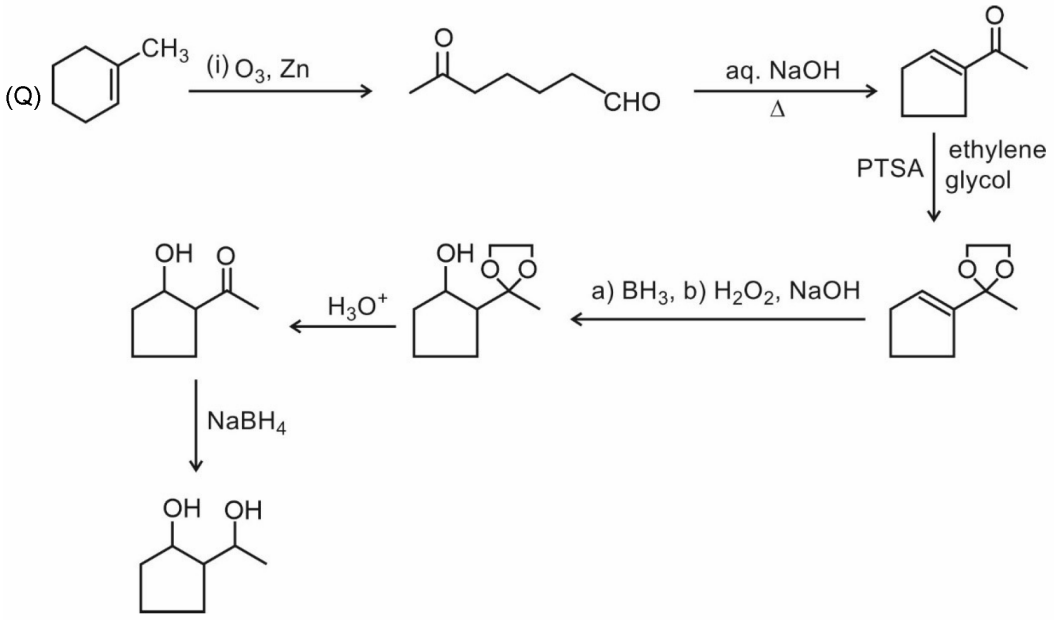
(C) P-3, Q-5, R-1, S-4 (D) P-5, Q-2, R-4, S-1

Ans. **[A]**

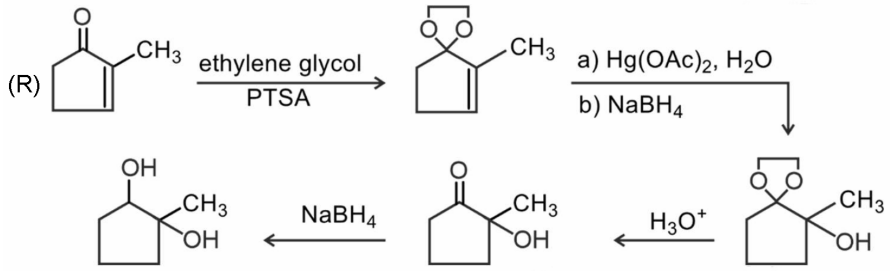
Sol.



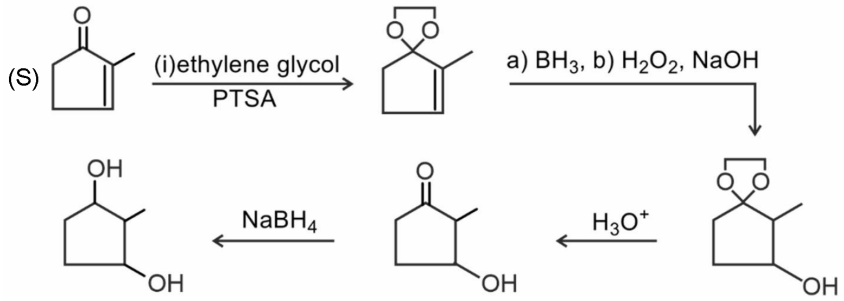
P-3


(Q)
CH3
(i) O3, Zn
O
CHO
aq. NaOH
Δ
O
PTSA
ethylene
glycol
OH
O
H3O+
OH
O
O
a) BH3, b) H2O2, NaOH
O
O
NaBH4
OH
OH

Q-5

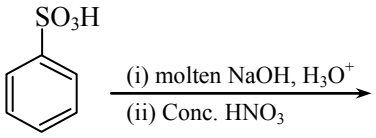
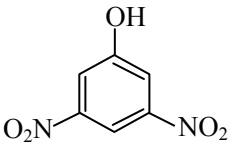
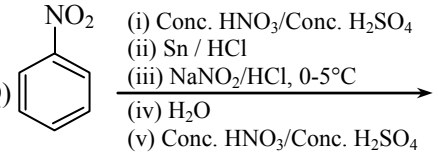
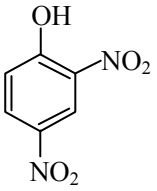
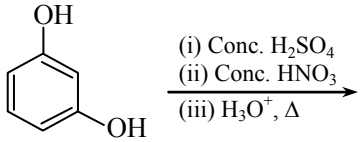
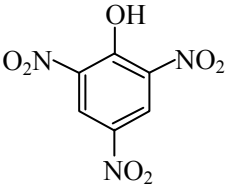
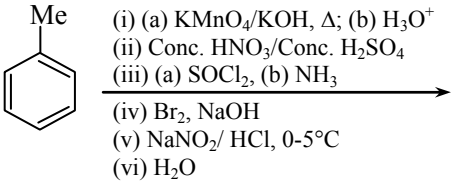
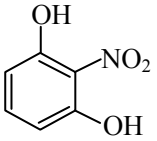
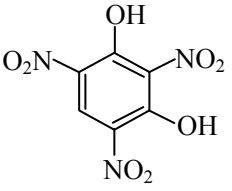

(R)
O
CH3
ethylene glycol
PTSA
O
O
CH3
a) Hg(OAc)2, H2O
b) NaBH4
OH
CH3
OH
NaBH4
O
CH3
OH
H3O+
O
O
CH3
OH

R-4


(S)
O
(i)ethylene glycol
PTSA
O
O
a) BH3, b) H2O2, NaOH
OH
OH
NaBH4
O
OH
H3O+
O
O
OH

S-1

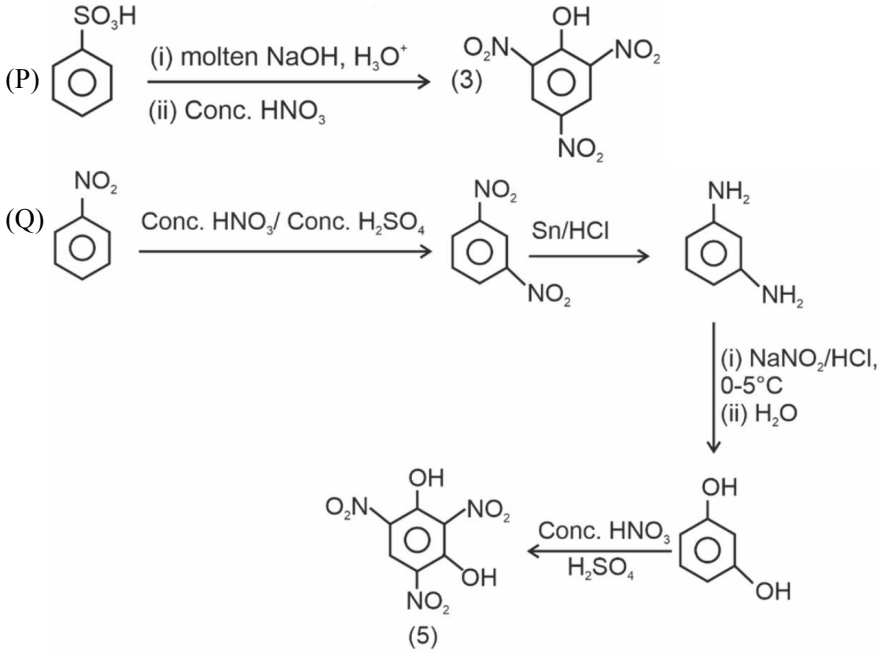
Q.17 **सूची-I** में विभिन्न अभिक्रियाओं के अनुक्रम और **सूची-II** में विभिन्न फिनोलिक यौगिक दिए गए हैं। **सूची-I** में दी गयी प्रत्येक प्रविष्टि का **सूची-II** में दी गयी उपयुक्त प्रविष्टि के साथ मेल करें तथा सही विकल्प का चयन करें।

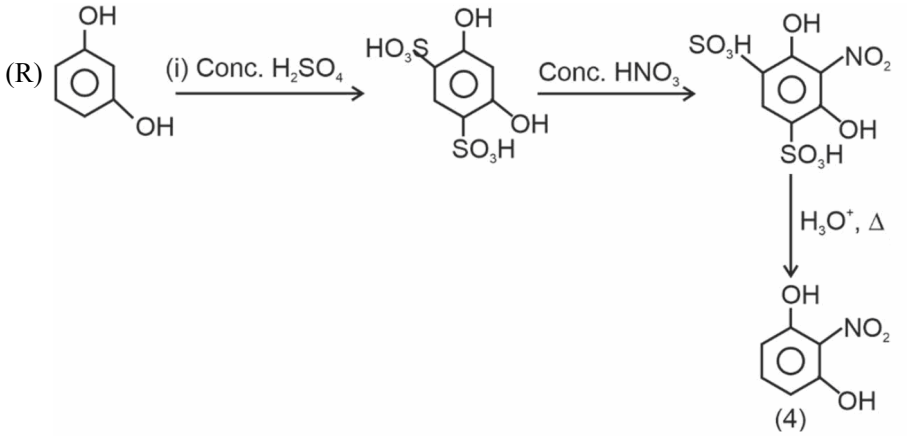
सूची-I	**सूची-II**
(P) 	(1) 
(Q) 	(2) 
(R) 	(3) 
(S) 	(4) 
	(5) 

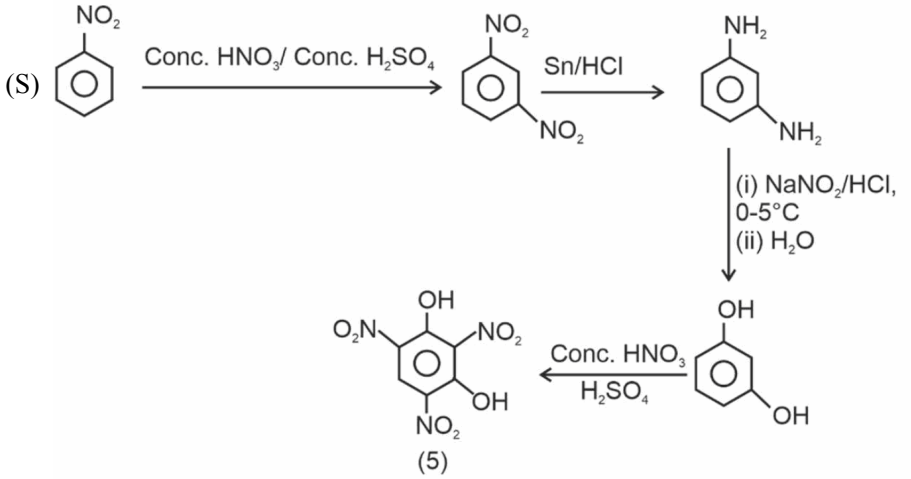
(A) P-2, Q-3, R-4, S-5 (B) P-2, Q-3, R-5, S-1 (C) P-3, Q-5, R-4, S-1 (D) P-3, Q-2, R-5, S-4

Ans. **[C]**

Sol.




(R)
OH
OH
(i) Conc. H_2SO_4
HO_3S
OH
SO_3H
Conc. HNO_3
SO_3H
OH
NO_2
OH
SO_3H
H_3O^+, Δ
OH
NO_2
OH
(4)


(S)
NO_2
Conc. HNO_3/ Conc. H_2SO_4
NO_2
NO_2
Sn/HCl
NH_2
NH_2
(i) $NaNO_2$/HCl, 0-5°C
(ii) H_2O
OH
OH
Conc. HNO_3
H_2SO_4
OH
O_2N
NO_2
OH
NO_2
(5)

JEE Advanced Exam 2024
(Paper & Solution)

Date : 26 / 05 / 2024

PAPER-1

MATHEMATICS

SECTION – 1 [Maximum Mark : 12]

- This section contains **FOUR (04)** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is the correct answer.
- For each question, choose the option corresponding to the correct answer.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:
  Full Marks : **+3** If ONLY the correct option is chosen;
  Zero Marks : **0** If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered);
  Negative Marks : **−1** In all other cases.

Q.1 माना कि f(x), अंतराल $(0, \infty)$ में सांतत्य रूप से अवकलनीय एक इस प्रकार का फलन है कि $f(1) = 2$, तथा प्रत्येक $x > 0$ के लिए है $\lim\limits_{t\to x}\dfrac{t^{10}f(x)-x^{10}f(t)}{t^9-x^9} = 1$ है। तब सभी $x > 0$, के लिए, f(x) बराबर है -

(A) $\dfrac{31}{11x}-\dfrac{9}{11}x^{10}$ (B) $\dfrac{9}{11x}+\dfrac{13}{11}x^{10}$ (C) $\dfrac{-9}{11x}+\dfrac{31}{11}x^{10}$ (D) $\dfrac{13}{11x}+\dfrac{9}{11}x^{10}$

Ans. **(B)**

Sol. $\lim\limits_{t\to x}\dfrac{t^{10}f(x)-x^{10}f(t)}{t^9-x^9} = 1$

$\lim\limits_{t\to x}\dfrac{10t^9f(x)-f'(t)x^{10}}{9t^8} = 1$

$\Rightarrow 10x^9f(x)-f'(x)x^{10} = 9x^8$

$\Rightarrow f'(x)-\dfrac{10}{x}f(x) = -\dfrac{9}{x^2}$

$\text{If} = e^{-\int\frac{10}{x}dx} = \dfrac{1}{x^{10}}$

$\therefore \text{Sol}^n$

$\dfrac{y}{x^{10}} = \int -\dfrac{9}{x^{10}}\times\dfrac{1}{x^2}dx$

$= -9\int x^{-12}dx$

$$\frac{y}{x^{10}} = \frac{9}{11}x^{-11} + C$$

$$\because y(1) = 2 \Rightarrow C = \frac{13}{11}$$

$$\Rightarrow y = \frac{9}{11x} + \frac{13}{11}x^{10}$$

Q.2 एक छात्र, एक परीक्षा, जिसमें सभी प्रश्न केवल सत्य–असत्य प्रकार के है, में बैठता है और सभी प्रश्नों के उत्तर देता है। छात्र कुछ प्रश्नों के उत्तर जानता है और शेष प्रश्नों के उत्तरों का अनुमान लगाता है। जब भी छात्र किसी प्रश्न का उत्तर जानता है, वह उसका सही उत्तर देता है। मान लीजिए कि छात्र द्वारा किसी प्रश्न के सही उत्तर देने की प्रायिकता, जब यह ज्ञात है कि छात्र ने उत्तर का अनुमान लगाया है, $\frac{1}{2}$ है। यह भी मान लीजिए कि किसी प्रश्न के उत्तर का अनुमान लगाये जाने की प्रायिकता, जब यह ज्ञात है कि छात्र का उत्तर सही है, $\frac{1}{6}$ है। तब छात्र के किसी यादृच्छया चुने गए प्रश्न का उत्तर जानने की प्रायिकता है

(A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{5}{7}$ (D) $\frac{5}{12}$

Ans. **(C)**

Sol. माना P (उत्तर ज्ञात है) = k

P(अनुमान) = 1 – k

$$P\left(\frac{\text{Correct ans}}{\text{guessed}}\right) = \frac{1}{2}$$

$$P\left(\frac{\text{guessed}}{\text{Correct answer}}\right) = \frac{P(\text{guessed})P\left(\frac{\text{Correct ans}}{\text{guessed}}\right)}{P(\text{guessed})P\left(\frac{\text{Correct ans}}{\text{guessed}}\right) + P(\text{knows})P\left(\frac{\text{correct ans}}{\text{knows}}\right)}$$

$$= \frac{(1-k)\left(\frac{1}{2}\right)}{(1-k)\left(\frac{1}{2}\right) + k(1)} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow (3 - 3k) = \frac{1}{2} + \frac{k}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{7k}{2} \Rightarrow k = \frac{5}{7}$$

Q.3 माना कि $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ इस प्रकार है कि $\cot x = \frac{-5}{\sqrt{11}}$ है। तब

$\left(\sin\frac{11x}{2}\right)(\sin 6x - \cos 6x) + \left(\cos\frac{11x}{2}\right)(\sin 6x + \cos 6x)$ बराबर है-

(A) $\frac{\sqrt{11}-1}{2\sqrt{3}}$ (B) $\frac{\sqrt{11}+1}{2\sqrt{3}}$ (C) $\frac{\sqrt{11}+1}{3\sqrt{2}}$ (D) $\frac{\sqrt{11}-1}{3\sqrt{2}}$

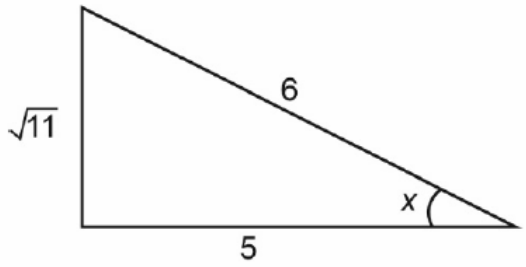
Ans. **(B)**

Sol. Let $E = \sin 6x\cos\frac{11x}{2} - \cos 6x\sin\frac{11x}{2} + \cos 6x\cos\frac{11x}{2} + \sin 6x\sin\frac{11x}{2}$

$E = \sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}$

Now, $E^2 = 1 + \sin x$ $\quad\because \text{Cot } x = \frac{-5}{\sqrt{11}}$

$= 1 + \frac{\sqrt{11}}{6}$



$\therefore E = \sqrt{\frac{6+\sqrt{11}}{6}}$

$= \sqrt{\frac{12+2\sqrt{11}}{12}}$

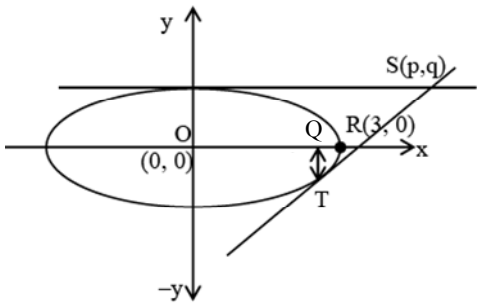
$= \frac{\sqrt{11}+1}{2\sqrt{3}}$

Q.4 दीर्घवृत $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ पर विचार कीजिये। माना कि S(p, q) प्रथम चतुर्थांश में एक इस प्रकार का बिन्दु है कि $\frac{p^2}{9}+\frac{q^2}{4}>1$ है। बिन्दु S से दीर्घवृत के लिए दो स्पर्श रेखाऐं खींची गयी हैं, जिनमें से एक रेखा, दीर्घवृत पर लघु अक्ष के एक अन्त बिन्दु पर मिलती है तथा दूसरी रेखा चौथे चतुर्थांश में दीर्घवृत के एक बिन्दु T पर मिलती है। माना कि R दीर्घवृत का वह शीर्ष है जिसका x-निर्देशांक धनात्मक है, और दीर्घवृत का केन्द्र O है। यदि त्रिभुज ΔORT का क्षेत्रफल $\frac{3}{2}$ है, तब निम्नलिखित विकल्पों में से कौन सा सही है ?

(A) $q = 2, p = 3\sqrt{3}$ (B) $q = 2, p = 4\sqrt{3}$ (C) $q = 1, p = 5\sqrt{3}$ (D) $q = 1, p = 6\sqrt{3}$

Ans. **(A)**

Sol.



$q = 2$

Area $(ORT) = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \left|\frac{1}{2}\times OR\times QT\right| = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \left|\frac{1}{2}\times 3\times\beta\right| = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \beta = -1$

$\therefore \frac{\alpha^2}{9}+\frac{\beta^2}{4}=1$

$\Rightarrow \frac{\alpha^2}{9}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

$\Rightarrow \alpha^2=\frac{27}{4} \Rightarrow \alpha=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

T पर स्पर्श रेखा

T = 0

$$\frac{x\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}}{9}+\frac{y(-1)}{4}=1\Bigg|_{(p,2)}$$

$\Rightarrow \frac{p\sqrt{3}}{6}-\frac{1}{2}=1 \Rightarrow \frac{p\sqrt{3}}{6}=\frac{3}{2} \Rightarrow p=3\sqrt{3}$

$\therefore p=3\sqrt{3}$, $q=2$

SECTION – 2 (Maximum Marks: 12)

- This section contains **THREE (03)** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is(are) correct answer(s).
- For each question, choose the option(s) corresponding to (all) the correct answer(s).
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

  Full Marks : +4 **ONLY** if (all) the correct option(s) is(are) chosen;

  Partial Marks : +3 If all the four options are correct but **ONLY** three options are chosen;

  Partial Marks : +2 If three or more options are correct but **ONLY** two options are chosen, both of which are correct;

  Partial Marks : +1 If two or more options are correct but **ONLY** one option is chosen and it is a correct option;

  Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered);

  Negative Marks : –2 In all other cases.
- For example, in a question, if (A), (B) and (D) are the ONLY three options corresponding to correct answers, then

  choosing ONLY (A), (B) and (D) will get +4 marks;

  choosing ONLY (A) and (B) will get +2 marks;

  choosing ONLY (A) and (D) will get +2 marks;

  choosing ONLY (B) and (D) will get +2 marks;

  choosing ONLY (A) will get +1 mark;

  choosing ONLY (B) will get +1 mark;

  choosing ONLY (D) will get +1 mark;

  choosing no option (i.e. the question is unanswered) will get 0 marks; and

  choosing any other combination of options will get –2 marks.

Q.5 माना कि $S = \{a + b\sqrt{2} : a, b \in Z\}$, $T_1 = \left\{\left(-1+\sqrt{2}\right)^n : n \in N\right\}$, और $T_2 = \left\{\left(1+\sqrt{2}\right)^n : n \in N\right\}$ है। तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) **सत्य** है (हैं) ?

(A) $Z \cup T_1 \cup T_2 \subset S$

(B) $T_1 \cap \left(0, \frac{1}{2024}\right) = \phi$, जहाँ ϕ रिक्त समुच्चय को दर्शाता है।

(C) $T_2 \cap (2024, \infty) \neq \phi$

(D) किन्हीं दिये गए $a, b \in Z$ के लिए, $\cos(\pi(a + b\sqrt{2})) + i \sin(\pi(a + b\sqrt{2})) \in Z$ यदि और केवल यदि $b = 0$, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ है।

Ans. **(A, C, D)**

Sol. $S = \{a + b\sqrt{2} : a, b \in Z\}$

For $b = 0$; $Z \subset S$

$T_1 = \left\{\left(-1+\sqrt{2}\right)^n ; n \in N\right\}$ and $T_2 = \left\{\left(1+\sqrt{2}\right)^n ; n \in N\right\}$

$n \in N$ के लिए $a + b\sqrt{2}$ के रुप में T_1 और T_2 के तत्व है

इस प्रकार $Z \cup T_1 \cup T_2 \subset S$

• अब, $-1 + \sqrt{2} < 1$ एवं इसकी उच्च घात घटती है।

$\Rightarrow (-1 + \sqrt{2})^n < 1$ और $\left(0, \frac{1}{2024}\right)$ में कुछ उच्च n बना सकता है.

• $1 + \sqrt{2} > 1$ और इसकी उच्च घात बढ़ती है।

$\Rightarrow (1 + \sqrt{2})^n$, $(2024, \infty)$ में कुछ उच्च n बना सकता है।

• $\cos\pi(a + b\sqrt{2}) + i\sin\pi(a + b\sqrt{2}) \in Z$ if

$a + b\sqrt{2}$ एक पूर्णांक है $\Rightarrow b = 0$

Q.6 माना कि R^2, $R \times R$ को दर्शाता है। माना कि $S = \{(a, b, c) : a, b, c \in R$, और सभी $(x, y) \in R^2 - \{(0, 0)\}$ के लिए, $ax^2 + 2bxy + cy^2 > 0\}$ है। तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (हैं)?

(A) $\left(2, \frac{7}{2}, 6\right) \in S$

(B) यदि $\left(3, b, \frac{1}{12}\right) \in S$, तब $|2b| < 1$ है

(C) किसी दिये गए $(a, b, c) \in S$ के लिए, रैखिक समीकरणों के निकाय

$$ax + by = 1$$
$$bx + cy = -1$$

का एक अद्वितीय हल है।

(D) किसी दिये गए $(a, b, c) \in S$ के लिए, रैखिक समीकरणों के निकाय

$$(a + 1)x + by = 0$$
$$bx + (c + 1)y = 0$$

का एक अद्वितीय हल है।

Ans. **(B, C, D)**

Sol. $ax^2 + 2bxy + cy^2 > 0$

$y, x \in R - \{(0, 0)\}$

$\Rightarrow c\left(\frac{y}{x}\right)^2 + 2b\left(\frac{y}{x}\right) + a > 0$

$\Rightarrow c > 0, D < 0$

$4b^2 - 4ac < 0$

$\Rightarrow b^2 < ac$

(A) $\left(2, \frac{7}{2}, 6\right)$

$\left(\frac{7}{2}\right)^2 > 2 \times 6$

$\therefore$ विकल्प A गलत है

(B) If $\left(3, b, \frac{1}{12}\right) \in S$

$\Rightarrow b^2 < 3 \cdot \frac{1}{12}$

$\Rightarrow b^2 < \frac{1}{4}$

$\Rightarrow 4b^2 < 1$

$\Rightarrow |2b| < 1$ विकल्प B सही है

(C) $ax + by = 1$

$bx + cy = -1$

$D = \begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} = ac - b^2 \neq 0$

$\therefore$ अद्वितीय हल विकल्प C सही है

(D) $(a + 1)x + by = 0$

$bx + (c + 1)y = 0$

$D = \begin{vmatrix} (a+1) & b \\ b & (c+1) \end{vmatrix}$

$= (a + 1)(c + 1) - b^2$

$\Rightarrow ac - b^2 + a + c + 1$

$b^2 < ac \Rightarrow ac$ is +ve

$\Rightarrow$ a और c धनात्मक है तब $(ac - b^2) + a + c + 1 > 0$ $\therefore$ अद्वितीय हल है

$\therefore$ विकल्प D सही है

Q.7 माना कि R^3 त्रि–विमीय अंतरिक्ष को दर्शाता है। दो बिन्दु P = (1,2,3) और Q = (4,2,7) लीजिए। माना कि dist(X, Y), R^3 के दो बिन्दुओं X और Y के बीच की दूरी को दर्शाता है। माना कि

$S = \{X \in R^3 : (dist(X, P))^2 - (dist(X, Q))^2 = 50\}$ और

$T = \{Y \in R^3 : (dis(Y, Q))^2 - (dist(Y, P))^2 = 50\}$.

है। तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (हैं)?

(A) एक ऐसा त्रिभुज है जिसका क्षेत्रफल 1 है और जिसके सारे शीर्ष S से है।

(B) T में दो ऐसे भिन्न बिन्दु L और M है कि रेखाखंड LM में स्थित प्रत्येक बिन्दु भी T में है।

(C) परिमाप 48 के ऐसे अनंत आयत हैं जिनके दो शीर्ष S से है तथा अन्य दो शीर्ष T से है।

(D) परिमाप 48 का एक ऐसा वर्ग है जिसके दो शीर्ष S से हैं तथा अन्य दो शीर्ष T से है।

Ans. **(A, B, C)**

Sol. $S : \{((x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2) - ((x - 4)^2 + (y - 2)^2 + (z - 7)^2) = 50\}$

$\Rightarrow S : \{6x + 8z - 105 = 0\}$

इस प्रकार T = {6x + 8z – 5 = 0}

S एक समतल को दर्शाता है। इसलिए यह 1 क्षेत्रफल वाला त्रिभुज रखता है अतः विकल्प (A) सही है।

T एक समतल को दर्शाता है। अतः विकल्प (B) सही है।

S और T एक दूसरे से 10 इकाई दूरी पर स्थित दो समान्तर समतल है।

∴ विकल्प (C) सही है तथा (D) गलत है।

SECTION – 3 [Maximum Mark : 24]

- This section contains **SIX (06)** questions.
- The answer to each question is a **NON-NEGATIVE INTEGER**.
- For each question, enter the correct integer corresponding to the answer using the mouse and the onscreen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :

Full Marks	: **+4**	If **ONLY** the correct integer is entered;
Negative Marks	: 0	In all other cases.

Q.8 माना कि $a = 3\sqrt{2}$ और $b = \frac{1}{5^{1/6}\sqrt{6}}$ है। यदि $x, y \in R$ इस प्रकार है कि

$3x + 2y = \log_a (18)^{\frac{5}{4}}$ और

$2x - y = \log_b (\sqrt{1080})$,

तब $4x + 5y$ बराबर _____ है।

Ans. **(8)**

Sol. $a = 3\sqrt{2} \Rightarrow a^2 = 18$

घ्यान दे, $1080 = 5 \cdot 6^3 \Rightarrow 5^{\frac{1}{6}} \cdot 6^{\frac{1}{2}} = (1080)^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{b} \Rightarrow 1080^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{b^3}$

$\Rightarrow 3x + 2y = \log_a \left(a^2\right)^{\frac{5}{4}} = \frac{5}{2}$

$2x - y = \log_b \frac{1}{b^3} = \log_b b^{-3} = -3$

$\Rightarrow$ (i) व (ii) को हल करने पर

$\Rightarrow x = \frac{-1}{2}, y = 2 \Rightarrow 4x + 5y = 8$

Q.9 माना कि $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + c$ वास्तविक गुणांको वाला एक ऐसा बहुपद है कि $f(1) = -9$ है। मान लीजिये कि $i\sqrt{3}$, समीकरण $4x^3 + 3ax^2 + 2bx = 0$ का एक मूल है, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ है। यदि $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ और α_4 समीकरण $f(x) = 0$ के सभी मूल हैं, तब $|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 + |\alpha_3|^2 + |\alpha_4|^2$ का मान _____ है।

Ans. **(20)**

Sol. $\because f(1) = -9 \Rightarrow 1 + a + b + c = -9$ ...(1)

$4x^3 + 3ax^2 + 2bx = 0$

$\Rightarrow x = 0, \quad 4x^2 + 3ax + 2b = 0$ ...(2)

$\Rightarrow \sqrt{3}i$ और $-\sqrt{3}i$ (2) के मूल है

$\Rightarrow \sqrt{3}i - \sqrt{3}i = \frac{-3a}{4}, \sqrt{3}i(-\sqrt{3}i) = \frac{2b}{4}$

$\Rightarrow a = 0, b = 6, c = -16$

$\Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow x^4 + 6x^2 - 16 = 0$

$\Rightarrow x^2 = \frac{-6 \pm \sqrt{36+64}}{2} = -3 \pm 5 = 2, -8$

$x = -\sqrt{2}, +\sqrt{2}, -2\sqrt{2}i, 2\sqrt{2}i$

$\Rightarrow |\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 + |\alpha_3|^2 + |\alpha_4|^2 = 20$

Q.10 माना कि $S = \left\{ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & c \\ 1 & a & d \\ 1 & b & e \end{pmatrix} : a, b, c, d, e \in \{0,1\} \text{ और } |A| \in \{-1,1\} \right\}$, जहाँ $|A|$ आव्यूह A के सारणिक को दर्शाता है। तब S में अवयवों की संख्या _____ है।

Ans. **(16)**

Sol. $|A| = -(e-d) + c(b-a) = \pm 1$

Case (i) : $c = 0 \Rightarrow (e, d) = (1, 0), (0, 1) \rightarrow$ 2 तरीके

b और a प्रत्येक के 2 तरीके हो सकते है

$\Rightarrow$ कुल = 8 तरीके

Case (ii): $c \neq 0 \Rightarrow c = 1$

$\Rightarrow d - e + b - a = \pm 1$

$\left.\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right\} \rightarrow 4 \times 2 = 8$ तरीके

कुल = 16 तरीके

Q.11 9 छात्रों, $s_1, s_2 \ldots\ldots s_9$, के एक समूह को तीन टोलियाँ X,Y, तथा Z, जिनके सदस्यों की संख्या क्रमशः 2, 3 तथा 4 है, बनाने के लिए विभाजित किया जाना है। मान लीजिये कि s_1 को टोली X के लिए नहीं चुना जा सकता है तथा s_2 को टोली Y के लिए नहीं चुना जा सकता है। तब इस प्रकार की टोलियों को बनाने के तरीकों की संख्या _____ है।

Ans. **(665)**

Sol. आवश्यक तरीको की संख्या

$= \frac{9!}{2!3!4!} - (n(s_1 \in X) + n(s_2 \in Y) - n(s_1 \in X \text{ and } s_2 \in Y))$

$= \frac{9!}{2!3!4!} - \left(\frac{8!}{1!3!4!} + \frac{8!}{2!2!4!} - \frac{7!}{1!2!4!} \right)$

$= 665$

Q.12 माना कि $\overrightarrow{OP} = \frac{\alpha - 1}{\alpha}\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\overrightarrow{OQ} = \hat{i} + \frac{\beta - 1}{\beta}\hat{j} + \hat{k}$ और $\overrightarrow{OR} = \hat{i} + \hat{j} + \frac{1}{2}\hat{k}$ तीन सदिश हैं, जहाँ $\alpha, \beta \in R - \{0\}$ और O मूल बिन्दु को दर्शाता है। यदि $(\overrightarrow{OP} \times \overrightarrow{OQ}).\overrightarrow{OR} = 0$ और बिन्दु $(\alpha, \beta, 2)$ तल $3x + 3y - z + l = 0$ पर स्थित है, तब l का मान _____ है।

Ans. **(5)**

Sol. $\left(\overrightarrow{OP}\times\overrightarrow{OQ}\right)\cdot\overrightarrow{OR}=0$

$$\begin{vmatrix}\frac{\alpha-1}{\alpha} & 1 & 1\\ 1 & \frac{\beta-1}{\beta} & 1\\ 1 & 1 & \frac{1}{2}\end{vmatrix}=0 \Rightarrow \frac{\alpha-1}{\alpha}\left(\frac{\beta-1}{2\beta}-1\right)-\left(\frac{1}{2}-1\right)+1\left(1-\frac{\beta-1}{\beta}\right)=0$$

$$\frac{\alpha-1}{\alpha}\left(\frac{-\beta-1}{2\beta}\right)+\frac{1}{2}+\frac{1}{\beta}=0$$

$$\Rightarrow \frac{\beta+2}{2\beta}=\frac{\alpha\beta+\alpha-\beta-1}{2\alpha\beta}$$

$\Rightarrow \alpha\beta + 2\alpha = \alpha\beta + \alpha - \beta - 1 \Rightarrow \boxed{\alpha + \beta + 1 = 0}$

इस प्रकार $(\alpha, \beta, 2)$, $3x + 3y - z + \ell = 0$ पर स्थित है

$\Rightarrow 3(\alpha + \beta) - 2 + \ell = 0$

$\Rightarrow -3 -2 + \ell = 0 \Rightarrow \ell = 5$

Q.13 माना कि X एक यादृच्छिक चर है, और माना कि P(X = x), X के मान x लेने की प्रायिकता को दर्शाता है। माना कि बिन्दु (x, P(X = x)), x = 0, 1, 2, 3, 4, xy-तल में एक नियत सरल रेखा पर स्थित हैं, और सभी $x \in R - \{0, 1, 2, 3, 4\}$ के लिए P(X = x) = 0 है। यदि X का माध्य $\frac{5}{2}$ है, और X का प्रसरण α है, तब 24α का मान _____ है।

Ans. **(42)**

Sol. $\sum_{x=0}^{4} xP(x) = \frac{5}{2}$

$\sum_{x=0}^{4} x^2P(x) = ?$

(0, P(0)), (1, P(1)), (2, P(2)), (3, P(3)), (4, P(4))

K = P(1) – P(0) = P(2) – P(1) = P(3) – P(2) = P(4) – P(3)

P(1) = K + P(0)

P(2) = 2K + P(0)

P(3) = 3K + P(0)

P(4) = 4K + P(0)

P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1

$\Rightarrow 5P(0) + 10K = 1$

$$K + P(0) + 4K + 2P(0) + 9K + 3P(0) + 16K + 4P(0) = \frac{5}{2}$$

$$30K + 10P(0) = \frac{5}{2}$$

$$\therefore\ 10K = \frac{1}{2}$$

$$K = \frac{1}{20},\ P(0) = \frac{1}{10}$$

$P(1) = \frac{3}{20}, P(2) = \frac{4}{20}, P(3) = \frac{5}{20}, P(4) = \frac{6}{20}$

$\sum_{x=0}^{4} x^2 P(x) = 8$

$\therefore$ Variance $= 8 - \frac{25}{4} = \frac{32-25}{4} = \frac{7}{4}$

$\therefore 24\alpha = \frac{24\times 7}{4} = 42$

SECTION 4 (Maximum Marks: 12)

- This section contains **FOUR (04)** Matching List Sets.
- Each set has **ONE** Multiple Choice Question.
- Each set has **TWO** lists: **List-I** and **List-II**.
- **List-I** has **Four** entries (P), (Q), (R) and (S) and **List-II** has **Five** entries (1), (2), (3), (4) and (5).
- **FOUR** options are given in each Multiple Choice Question based on **List-I** and **List-II** and **ONLY ONE** of these four options satisfies the condition asked in the Multiple Choice Question.
- Answer to each question will be evaluated <u>according to the following marking scheme</u>:
  Full Marks : +3 **ONLY** if the option corresponding to the correct combination is chosen;
  Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered);
  Negative Marks : –1 In all other cases.

Q.14 माना कि α और β समीकरण $x^2 + x - 1 = 0$ के भिन्न मूल है। समुच्चय $T = \{1, \alpha, \beta\}$ पर विचार कीजिये। एक 3×3 आव्यूह $M = (a_{ij})_{3\times 3}$, के लिए $R_i = a_{i1} + a_{i2} + a_{i3}$ और $C_j = a_{1j} + a_{2j} + a_{3j}$ परिभाषित कीजिये, जहाँ $i = 1, 2, 3$ और $j = 1, 2, 3$ है।

सूची-I की प्रत्येक प्रविष्टि का सूची-II की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये।

सूची-I		**सूची-II**	
(P)	आव्यूहों $M = (a_{ij})_{3\times 3}$, जिनकी सभी प्रविष्टियाँ T से हैं, और जिनमें सभी i, j के लिए $R_i = C_j = 0$ है, की संख्या है	(1)	1
(Q)	सममित आव्यूहों $M = (a_{ij})_{3\times 3}$, जिनकी सभी प्रविष्टियाँ T से है, और जिनमें सभी j के लिए $C_j = 0$ है, की संख्या है	(2)	12
(R)	माना कि $M = (a_{ij})_{3\times 3}$ एक ऐसा विषम सममित आव्यूह है कि $i > j$ के लिए $a_{ij} \in T$ है। तब समुच्चय $\left\{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : x, y, z \in R, M\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{12} \\ 0 \\ -a_{23} \end{pmatrix}\right\}$ में अवयवों की संख्या है।	(3)	अनन्त
(S)	माना कि $M = (a_{ij})_{3\times 3}$ एक ऐसा आव्यूह है कि जिसकी सभी प्रविष्टियाँ T से हैं, और जिसमें सभी i के लिए $R_i = 0$ है। तब M के सारणिक का निरपेक्ष मान है	(4)	6
		(5)	0

सही विकल्प है

(A) (P) → (4), (Q) → (2), (R) → (5), (S) → (1)

(B) (P) → (2), (Q) → (4), (R) → (1), (S) → (5)

(C) (P) → (2), (Q) → (4), (R) → (3), (S) → (5)

(D) (P) → (1), (Q) → (5), (R) → (3), (S) → (4)

Ans. **(C)**

Sol. $x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow$ roots are α and β

$\alpha + \beta = -1$ $\quad\quad$ $\alpha\beta = -1$

Set $T = \{1, \alpha, \beta\}$ $\quad\quad$ $M = (a_{ij})_{3 \times 3}$

$R_i = a_{i1} + a_{i2} + a_{i3}$ $\quad\quad$ $C_j = a_{1j} + a_{2j} + a_3 j$

(P) $R_i = C_j = 0$ for all i, j

$\alpha + \beta = -1$ $\quad\quad$ $T = \{1, \alpha, \beta\}$

आव्यूहो की संख्या

$= \underline{\boxed{3}} \times 2 \times 1 = 12$

$\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \beta \\ & - & - \end{bmatrix}$

1, α, β को R_1 में व्यवस्थित करने के तरीको की संख्या

1, α, β को R_2 में व्यवस्थित करने के तरीको की संख्या

(Q) सममित आव्यूहो की संख्या = ?

$C_j = 0 \; \forall \; j$

सममित आव्यूहो की संख्या

$$= \underline{\boxed{3}} \times 1 = 6 \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \beta \\ \alpha & \beta & 1 \\ \beta & 1 & \alpha \end{bmatrix}$$

(R) $M \rightarrow 3 \times 3$ का विषम सममित आव्यूह

$|M| = 0 \; a_{ij} \in T$ for $i > j$

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{12} \\ 0 \\ -a_{23} \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -a_{21} & -a_{31} \\ a_{21} & 0 & -a_{32} \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{12} \\ 0 \\ -a_{23} \end{bmatrix}$$

As $x, y, z \in R$ और a_{12} & $a_{23} \in R$ & $|M| = 0$

$\therefore$ निकाय के अनन्त हल है।

(S) $R_i = 0 \; \forall \; i$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \beta \\ \alpha & \beta & 1 \\ \beta & 1 & \alpha \end{bmatrix}$$

$$C_1 \to C_1 + C_2 + C_3 \; |M| = \begin{bmatrix} 1+\alpha+\beta & \alpha & \beta \\ 1+\alpha+\beta & \beta & 1 \\ 1+\alpha+\beta & 1 & \alpha \end{bmatrix} = 0$$

(P) → (2) (Q) → (4) (R) → (3) (S) → (5)

Q.15 माना कि सरल रेखा $y = 2x$, एक वृत्त जिसका केन्द्र $(0, \alpha)$, $\alpha > 0$, है और जिसकी त्रिज्या r है, को एक बिन्दु A_1 पर स्पर्श करती है। माना कि B_1 वृत्त पर वह बिन्दु है कि रेखाखंड A_1B_1 वृत्त का एक व्यास है। माना कि $\alpha + r = 5 + \sqrt{5}$ है। **सूची-I** की प्रत्येक प्रविष्टि का **सूची-II** की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये।

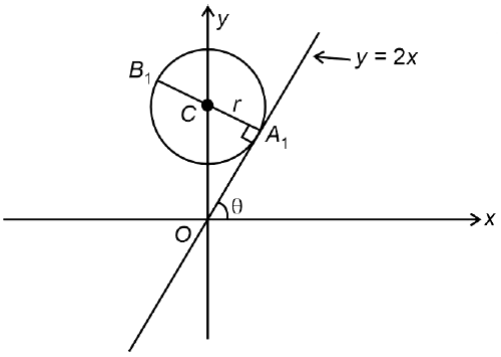
सूची-I		**सूची-II**	
(P)	α बराबर	(1)	(–2, 4)
(Q)	r बराबर	(2)	$\sqrt{5}$
(R)	A_1 बराबर	(3)	(–2, 6)
(S)	B_1 बराबर	(4)	5
		(5)	(2, 4)

सही विकल्प है।

(A) (P) → (4), (Q) → (2), (R) → (1), (S) → (3)
(B) (P) → (2), (Q) → (4), (R) → (1), (S) → (3)
(C) (P) → (4), (Q) → (2), (R) → (5), (S) → (3)
(D) (P) → (2), (Q) → (4), (R) → (3), (S) → (5)

Ans. **(C)**

Sol.



रेखा की प्रवणता = $2 \Rightarrow \tan\theta = 2$

$C(0, \alpha)$ $\alpha > 0$

$\alpha + r = 5 + \sqrt{5}$

रेखा $y = 2x$ वृत पर स्पर्श रेखा है।

$$\therefore \left|\frac{0-\alpha}{\sqrt{4+1}}\right| = r$$

$\Rightarrow |-\alpha| = r\sqrt{5}$

$\Rightarrow a = r\sqrt{5}$ as $\alpha > 0$

समीकरण (1) से $r\sqrt{5} + r = 5 + \sqrt{5}$

$\Rightarrow r\left(\sqrt{5}+1\right) = \sqrt{5}\left(\sqrt{5}+1\right)$

$\Rightarrow r = \sqrt{5}$

और $\alpha = r\sqrt{5} = \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$

केन्द्र C(0, 5)

$OC = 5$ $\qquad A_1C = \sqrt{5}$

$\therefore OA_1 = \sqrt{25-5} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$\tan\theta = 2$ (चित्र से)

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ $\qquad \sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$A_1(0 + OA_1\cos\theta, 0 + OA_1 \sin\theta)$

$A_1\left(2\sqrt{5}\times\frac{1}{\sqrt{5}}, 2\sqrt{5}\times\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

$A_1 (2, 4)$

Let $B_1 (x_1, y_1)$

$\therefore \frac{x_1+2}{2} = 0$ और $\frac{y_1+4}{2} = 5$

$x_1 = -2$ $\qquad y_1 = 6$

$B_1(-2, 6)$

$\alpha = 5$ $\qquad r = \sqrt{5}$ $\qquad A_1(2, 4)$ $\qquad B_1(-2, 6)$

Q.16 माना कि $\gamma \in R$ इस प्रकार है कि रेखाऐं $L_1 : \frac{x+11}{1} = \frac{y+21}{2} = \frac{z+29}{3}$ और $L_2 : \frac{x+16}{3} = \frac{y+11}{2} = \frac{z+4}{\gamma}$ प्रतिच्छेदित करती हैं। माना कि L_1 और L_2 का प्रतिच्छेदन बिन्दु R_1 है। माना कि $O = (0, 0, 0)$ है, और $\hat{n}$, उस तल जिसमें L_1 और L_2 दोनों स्थित हैं, के एक मात्रक अभिलम्ब सदिश को दर्शाता है।

सूची-I की प्रत्येक प्रविष्टि का **सूची-II** की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये।

सूची-I		**सूची-II**	
(P)	γ बराबर	(1)	$-\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$
(Q)	$\hat{n}$ का एक संभावित विकल्प है	(2)	$\sqrt{\frac{3}{2}}$
(R)	$\overrightarrow{OR_1}$ बराबर	(3)	1
(S)	$\overrightarrow{OR_1}.\hat{n}$ का एक संभावित मान है	(4)	$\frac{1}{\sqrt{6}}\hat{i}-\frac{2}{\sqrt{6}}\hat{j}+\frac{1}{\sqrt{6}}\hat{k}$
		(5)	$\sqrt{\frac{2}{3}}$

सही विकल्प है

(A) (P) $\rightarrow$ (3), (Q) $\rightarrow$ (4), (R) $\rightarrow$ (1), (S) $\rightarrow$ (2)

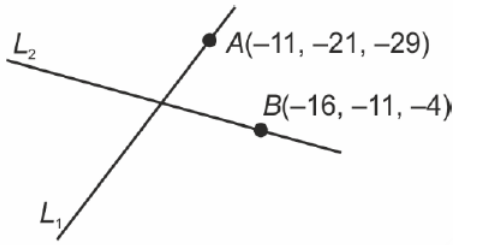
(B) (P) $\rightarrow$ (5), (Q) $\rightarrow$ (4), (R) $\rightarrow$ (1), (S) $\rightarrow$ (2)

(C) (P) $\rightarrow$ (3), (Q) $\rightarrow$ (4), (R) $\rightarrow$ (1), (S) $\rightarrow$ (5)

(D) (P) $\rightarrow$ (3), (Q) $\rightarrow$ (1), (R) $\rightarrow$ (4), (S) $\rightarrow$ (5)

Ans. **(C)**

Sol. रेखा L_1 के समान्तर सदिश (say $\vec{b}_1$) = $\hat{i}+2\hat{i}+3\hat{k}$



समतल ($\vec{n}$) के अभिलम्ब सदिश रेखा L_1 और L_2 रखते है जो कि $\vec{b}_1$ और $\overrightarrow{AB}$ दोनों के लम्बवत होगें।

$\Rightarrow \vec{n} = p(\overrightarrow{AB}\times\vec{n}) = p(5\hat{i}-10\hat{j}-25\hat{k}) \times (\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k})$

$= p(20\hat{i}-40\hat{j}+20\hat{k})$

$\Rightarrow \hat{n} = \frac{1}{\sqrt{6}}\hat{i}-\frac{2}{\sqrt{6}}\hat{j}+\frac{1}{\sqrt{6}}\hat{k}$

इस प्रकार सदिश L_2 (say $\vec{b}_2$) के समान्तर है। जो $\vec{n} \Rightarrow \vec{b}_2 \cdot \vec{n} = 0$ के लम्बवत है।

$(3\hat{i}+2\hat{j}+\gamma\hat{k}) \cdot p(20\hat{i}-40\hat{j}+20\hat{k}) = 0$

$\Rightarrow \gamma = 1$

इसी प्रकार प्रतिच्छेदन बिंद (POI) के लिए

$L_1 : \frac{x+11}{1} = \frac{y+21}{2} = \frac{z+29}{3} = \lambda$ and $L_2 : \frac{x+16}{3} = \frac{y+11}{2} = \frac{z+4}{\gamma} = u$

x और y के निर्देशांको की तुलना करने पर, $-11 + \lambda = -16 + 3u$ और $-21 + 2\lambda = -11 + 2u$

$\Rightarrow \lambda = 10, u = 5$

$\Rightarrow$ POI i.e., $\overrightarrow{OR_1} : \left(-\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}\right)$ और $\overrightarrow{OR} \cdot \hat{n} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

Q.17 माना कि फलन $f : R \to R$ और $g : R \to R$

$$f(x) = \begin{cases} x|x|\sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases} \text{ और } g(x) = \begin{cases} 1-2x, & 0 \le x \le \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित हैं। माना कि $a, b, c, d \in R$ है। फलन $h : R \to R$ को

$h(x) = af(x) + b\left(g(x) + g\left(\frac{1}{2}-x\right)\right) + c(x - g(x)) + d\,g(x), x \in R$, द्वारा परिभाषित कीजिये।

सूची-I की प्रत्येक प्रविष्टि का **सूची-II** की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये।

सूची-I		**सूची-II**	
(P)	यदि $a = 0, b = 1, c = 0$, तथा $d = 0$ है, तब	(1)	h एकैकी है
(Q)	यदि $a = 1, b = 0, c = 0$, तथा $d = 0$ है, तब	(2)	h आच्छादी है
(R)	यदि $a = 0, b = 0, c = 1$, तथा $d = 0$ है, तब	(3)	h, R पर अवकलनीय है
(S)	यदि $a = 0, b = 0, c = 0$, तथा $d = 1$ है, तब	(4)	h का परिसर $[0, 1]$ है
		(5)	h का परिसर $\{0, 1\}$ है

सही विकल्प है

(A) (P) $\to$ (4), (Q) $\to$ (3), (R) $\to$ (1), (S) $\to$ (2)

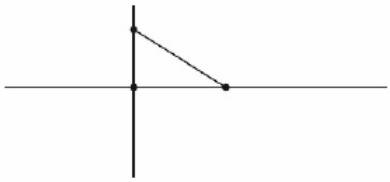
(B) (P) $\to$ (5), (Q) $\to$ (2), (R) $\to$ (4), (S) $\to$ (3)

(C) (P) $\to$ (5), (Q) $\to$ (3), (R) $\to$ (2), (S) $\to$ (4)

(D) (P) $\to$ (4), (Q) $\to$ (2), (R) $\to$ (1), (S) $\to$ (3)

Ans. **(C)**

Sol. $g(x) = \begin{cases} 1-2x, & 0 \le x \le \frac{1}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$



$$g\left(\frac{1}{2}-x\right) = \begin{cases} 1-2\left(\frac{1}{2}-x\right), & 0 \le \frac{1}{2}-x \le \frac{1}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2x, & 0 \le x \le \frac{1}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$g(x) + g\left(\frac{1}{2}-x\right) = \begin{cases} 1, & 0 \le x \le \frac{1}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

इस प्रकार, $b = 1$ पर विकल्प (P)

$h(x) = g(x) + g\left(\frac{1}{2}-x\right)$ में परिसर $\{0, 1\}$ है।

$(P) \rightarrow (5)$

$a = 1$ पर विकल्प (Q), $h(x) = f(x)$

$$f'(0^+) = \lim_{h\to 0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{h^2\sin\frac{1}{h}}{h}$$

$$f'(0^-) = \lim_{h\to 0}\frac{f(0-h)-f(0)}{-h} = \lim_{h\to 0} h\sin h = 0$$

$\Rightarrow f'(0^+) = f'(0^-)$

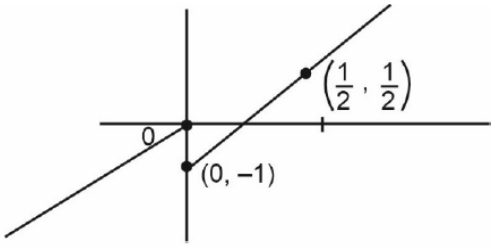
as $f'(0^+) = f'(0^-)$

$\Rightarrow h(x) = f(x)$, $x = 0$ पर तथा अन्य सभी बिन्दुओं पर अवकलनीय है $f(x) = h(x)$ अवकलन समीकरणो के दो गुणाको के रुप में अवकलनीय है

$(Q) \rightarrow (3)$

विकल्प (R)

$$h(x) = x - g(x) = \begin{cases} 3x-1, & 0 \le x \le \frac{1}{2} \\ x, & \text{otherwise} \end{cases}$$



ग्राफ से प्रदर्शित है $h(x)$ का परिसर R है तथा आच्छादक है। $(R) \rightarrow (2)$

(S) $d = 1$ पर $h(x) = g(x)$ का परिसर $[0, 1]$ है। $(S) \rightarrow (4)$